

JÂNIA DUHA

MODELAGEM DOS EFEITOS DE RE-EMIÇÃO TÉRMICA EM SATÉLITES ARTIFICIAIS: LAGEOS E GPS

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação
em Ciências Geodésicas da Universidade Federal
do Paraná, como requisito final para a obtenção
do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientadores:

Germano B. Afonso

Luiz Danilo D. Ferreira

CURITIBA

2000

“MODELAGEM DOS EFEITOS DA RE-EMIÇÃO TÉRMICA EM SATÉLITES ARTIFICIAIS: LAGEO E GPS”

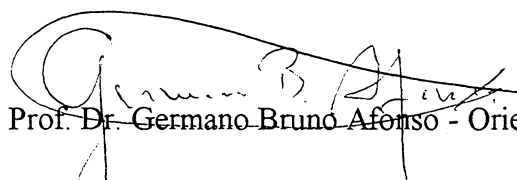
POR

JÂNIA DUHA

Tese nº 018 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira - Orientador e Presidente (UFPR)



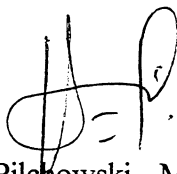
Prof. Dr. Germano Bruno Afonso - Orientador (UFPR)



Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes - Membro (UNESP-Guaratinguetá)



Prof. Dr. Sérgio Mauri Fabri - Membro (UTP)



Prof. Dr. Hans-Ulrich Pilchowski - Membro (INPE)



Prof. Dr. Dietmar Willian Foryta - Membro (UFPR)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, e em especial à minha mãe, Stanislava Duha (*in memorian*) e meu pai (*in memorian*), Oldrich Duha.

AGRADECIMENTOS

Pela Orientação, Cooperação, e Suporte Financeiro ao

- Prof. Dr. Germano Bruno Afonso (UFPR), na orientação do trabalho,
- Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira (UFPR), através da co-orientação deste trabalho,
- Prof. Dr. Marcelo C. Santos (UFPR), através da co-orientação deste trabalho em seu estágio inicial,
- Os professores do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG) ao darem suporte aos créditos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências Geodésicas,
- O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e o Observatório Nacional do Rio de Janeiro (ON), pelo apoio e fornecimento de material bibliográfico,
- O curso de Pós-Graduação em Física (CPGF) pelo compartilhamento de seus recursos computacionais,
- O Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG), a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PRPPG), e a CAPES pelo suporte financeiro.

RESUMO

Neste trabalho, as forças, noite-dia e inverno-verão, componentes da força de re-emissão térmica total, são modeladas e analisadas para os satélites LAGEOS e GPS. É realizada uma análise das componentes radial, transversal e normal da aceleração de re-emissão térmica em função das dimensões do satélite e de sua altitude, para um satélite-teste com dados do LAGEOS. Encontra-se uma lei de seleção que associa as dimensões do satélite e a sua altitude à força atuando no satélite e que determina quando o efeito de re-emissão térmica é máximo. Além disso, a modelagem térmica aplicada ao LAGEOS resulta em um comportamento intrincado da componente transversal da aceleração, ao longo dos anos, que depende de forma fundamental da inclinação do eixo de rotação em relação às fontes de calor, neste caso, a Terra e o Sol. Este comportamento pode ser previsto a partir das equações obtidas e, portanto, comportamentos anômalos da aceleração de re-emissão térmica podem ser explicados sem que novas forças não-gravitacionais sejam introduzidas ou, forças de perturbação já conhecidas sejam remodeladas. O comportamento intrincado da aceleração transversal para o satélite LAGEOS está associado à falta de controle de atitude, que estabelece uma geometria *spin*-órbita complexa, resultante da combinação de diversas variações cíclicas à medida que o satélite sofre translação e rotação. Por outro lado, um satélite como o GPS, que é estabilizado em três eixos, irá apresentar configurações *spin*-órbita simples se comparado ao satélite LAGEOS. Os painéis e o corpo são tratados separadamente e a contribuição de cada um é analisada levando-se em consideração as duas fontes principais de calor, a Terra e o Sol. Como resultado observa-se que os desvios orbitais estão na ordem do metro após quatro dias de integração, podendo chegar a magnitude do *Y-bias* conforme o valor da condutividade térmica na superfície do satélite. Para finalizar, um efeito do tipo Poynting-Robertson, associado ao efeito de re-emissão térmica, é modelado e aplicado para ambos os satélites, LAGEOS e GPS, com o objetivo de se obter uma estimativa de sua ordem de grandeza e de sua importância dentro do contexto das forças não-gravitacionais.

ABSTRACT

In this work, we model and analyze the day-night and summer-winter forces, which are the components of the total thermal reemission force, for the LAGEOS and GPS satellites. We analyze the radial, along-track and normal components of the thermal reemission acceleration as a function of the satellite dimensions and its altitude, for a test-satellite with the data of LAGEOS. We find a selection law that associates the satellite's dimension and its altitude to force acting upon it, and which determinates when the thermal reemission effect has a maximum. Moreover, the thermal model applied to the LAGEOS results in a intricate behavior of the along-track acceleration component, along the years, which depends fundamentally on the spin axis inclination regarding to the heat sources, in this case, the Earth and the Sun. This behavior can be predicted from the equations presented here, and so, anomalous behavior of the thermal reemission acceleration can be explained without the new non-gravitational forces being introduced, or without the well-known perturbation forces being remodeled. The intricate behavior of the along-track acceleration for the LAGEOS satellite is associated to the lack of attitude control, which leads to a complex spin-orbit geometry, that results from the combination of several cyclic changes as the satellites goes through translation and rotation. On the other hand, a satellite like GPS, that is three axis stabilized will present plain spin-orbit configurations if compared to the LAGEOS. The panels and the body of the satellite are treated separately and the contribution of each one is analyzed taking into account the two main heat sources, Earth and Sun. The outcome being that the orbital deviations are meter sized after four days of integration, and can get to the magnitude of the Y-bias according to the thermal conductivity value on satellite surface. To conclude, an Poynting-Robertson like effect, associated to the thermal reemission effect, is modeled and applied to both satellites, LAGEOS and GPS, with the purpose to obtain an estimate of its magnitude and its role in the context of non-gravitational forces.

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| LISTA DE TABELAS..... | ii |
| LISTA DE FIGURAS..... | iii |
| 1 INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 2 RE-EMIÇÃO TÉRMICA..... | 9 |
| 2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS..... | 9 |
| 2.2 MODELO ESFÉRICO..... | 12 |
| 2.2.1 Distribuição de Temperaturas na Superfície..... | 12 |
| 2.2.2 Força Térmica Resultante..... | 19 |
| 2.2.3 Força Térmica Resultante versus Coordenadas da Fonte..... | 22 |
| 2.2.4 Ângulo de Atraso δ | 23 |
| 2.3 MODELO CILÍNDRICO..... | 23 |
| 2.3.1 Distribuição de Temperaturas na Superfície..... | 24 |
| 2.3.2 Força Térmica Resultante..... | 26 |
| 2.4 MODELO PLANO..... | 28 |
| 3 APLICAÇÃO DA MODELAGEM ESFÉRICA: LAGEOS..... | 29 |
| 3.1 INTRODUÇÃO..... | 29 |
| 3.2 O EFEITO PERTURBADOR DA RE-EMIÇÃO DE RADIAÇÃO..... | 31 |
| 3.2.1 Componentes Vetoriais \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z das Acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão..... | 31 |
| 3.2.1.1 Componentes Vetoriais \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z das Acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão no plano..... | 32 |
| 3.2.2 Componentes Vetoriais R , S e W das acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão..... | 33 |
| 3.2.2.1 Eixo de Rotação Perpendicular ao Plano Orbital..... | 35 |
| 3.2.2.2 Eixo de Rotação Paralelo ao Plano Orbital..... | 36 |
| 3.2.3 Fonte de Energia Térmica: Terra & Sol | 40 |
| 3.2.4 Análise do Comportamento Periódico da Aceleração de Re-emissão Térmica..... | 41 |
| 3.3 SATÉLITE-TESTE: LAGEOS..... | 59 |
| 3.3.1 Resultados..... | 62 |
| 3.3.2 Considerações..... | 68 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4 | APLICAÇÃO DA MODELAGEM CILÍNDRICA: GPS | 79 |
| 4.1 | INTRODUÇÃO | 79 |
| 4.2 | PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR - ANÁLISE COMPARATIVA | 84 |
| 4.2.1 | Modelo Esférico | 86 |
| 4.2.2 | Modelo Cilíndrico | 88 |
| 4.2.3 | Modelo Plano | 90 |
| 4.2.4 | Cálculo das Componentes F_x e F_z da Força de Pressão de Radiação Solar | 91 |
| 4.2.5 | Funções Aproximadas para a Força de Pressão de Radiação | 91 |
| 4.2.6 | Comparação entre os Modelos <i>Standart</i> (S20), Plano-Esférico (PE) e Plano-Cilíndrico (PC) | 92 |
| 4.2.7 | Considerações | 94 |
| 4.3 | RE-EMIÇÃO TÉRMICA-FONTE: SOL | 95 |
| 4.3.1 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Esférico | 96 |
| 4.3.2 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Cilíndrico | 98 |
| 4.3.3 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Painéis | 99 |
| 4.4 | RE-EMIÇÃO TÉRMICA- FONTE: TERRA | 101 |
| 4.4.1 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Esférico | 101 |
| 4.4.2 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Cilíndrico | 102 |
| 4.4.3 | Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Painéis | 103 |
| 4.5 | APLICAÇÃO DO MODELO PLANO-CILÍNDRICO | 105 |
| 4.5.1 | Componentes Vetoriais Radial R , Transversal S e Normal W da Aceleração de Re-emissão Térmica | 106 |
| 4.5.1.1 | Componentes Vetoriais R , S e W – Corpo-GPS (Cilíndrico)– Sol | 107 |
| 4.5.1.2 | Componentes Vetoriais R , S e W – Corpo-GPS (Cilíndrico) – Terra | 108 |
| 4.5.1.3 | Componentes Vetoriais R , S e W – Painéis-GPS - Sol + Terra | 109 |
| 4.5.1.4 | Componentes R , S e W – Corpo Cilíndrico + Painéis-GPS – Sol + Terra | 109 |
| 4.5.2 | Análise do Comportamento Periódico da Aceleração de Re-emissão Térmica | 110 |
| 5 | POYNTING-ROBERTSON: LAGEOS E GPS | 118 |
| 5.1 | CONCEITOS FUNDAMENTAIS | 118 |
| 5.2 | SATÉLITE-TESTE: LAGEOS | 123 |
| 5.2.1 | Análise das Acelerações R , S e W | 124 |
| 5.3 | SATÉLITE-TESTE GPS | 124 |
| 5.3.1 | Análise das Acelerações R , S e W | 125 |

| | | |
|----------|---------------------------------|------------|
| 6 | CONCLUSÕES..... | 131 |
| | APÊNDICE 1..... | 134 |
| | APÊNDICE 2..... | 136 |
| | APÊNDICE 3..... | 139 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 141 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|-------------------|---|-----|
| TABELA 3.1 | Posição do eixo de rotação do LAGEOS I..... | 47 |
| TABELA 3.2 | Constantes relacionadas ao satélite-teste..... | 61 |
| TABELA 4.1 | Dimensões e parâmetros óticos: Bloco I – corpo..... | 83 |
| TABELA 4.2 | Dimensões e parâmetros óticos: Bloco I – painéis. | 83 |
| TABELA 4.3 | Dimensões e parâmetros óticos: Bloco II – corpo..... | 83 |
| TABELA 4.4 | Dimensões e parâmetros óticos: Bloco II – painéis..... | 84 |
| TABELA 4.5 | Satélites GPS: data de lançamento, identificação e massa..... | 103 |
| TABELA 4.6 | Constantes relacionadas ao satélite GPS..... | 104 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|---------------------|--|----|
| FIGURA 2.1 | Re-emissão da energia radiante absorvida e a força de re-emissão térmica..... | 10 |
| FIGURA 2.2 | As forças inverno-verão e noite-dia no sistema cartesiano (xyz) | 11 |
| FIGURA 2.3 | Elemento de área em coordenadas esféricas..... | 20 |
| FIGURA 2.4 | Plano xz de um cilindro de raio R com frequência angular de rotação ω no sistema (xyz) - GPS..... | 25 |
| FIGURA 2.5 | Elemento de área em coordenadas cilíndricas – GPS..... | 27 |
| FIGURA 3.1 | Variação cíclica dos efeitos noite-dia (1) e inverno-verão (2) | 32 |
| FIGURA 3.2 | Componentes radial, transversal e normal da aceleração noite-dia..... | 37 |
| FIGURA 3.3 | Componentes radial e transversal da aceleração inverno-verão..... | 38 |
| FIGURA 3.4a | Acelerações R , S e W inverno-verão – fonte térmica: Terra..... | 49 |
| FIGURA 3.4b | Acelerações R , S e W noite-dia – fonte térmica: Terra..... | 49 |
| FIGURA 3.5a | Aceleração transversal S inverno-verão – fonte térmica: Terra..... | 50 |
| FIGURA 3.5b | Aceleração transversal S noite-dia – fonte térmica: Terra..... | 50 |
| FIGURA 3.6 | LAGEOS: Aceleração transversal noite-dia – fonte térmica: Terra..... | 51 |
| FIGURA 3.7 | Acelerações R , S e W totais - $\vartheta = 0^\circ$ - fonte térmica: Terra..... | 52 |
| FIGURA 3.8 | Acelerações R , S e W totais - $\vartheta = 20^\circ$ - fonte térmica: Terra..... | 52 |
| FIGURA 3.9 | Aceleração transversal S inverno-verão - fonte térmica: Sol..... | 53 |
| FIGURA 3.10 | Aceleração transversal S noite-dia - fonte térmica: Sol..... | 54 |
| FIGURA 3.11 | Aceleração transversal S térmica total - fonte térmica: Sol..... | 55 |
| FIGURA 3.12 | Aceleração transversal S térmica total - fonte térmica: Terra + Sol..... | 56 |
| FIGURA 3.13 | Valores de A e B obtidos a partir de dados SLR – fonte: Sol..... | 57 |
| FIGURA 3.14 | Excitação da excentricidade do LAGEOS I <i>versus</i> tempo – análise conjunta das perturbações..... | 58 |
| FIGURA 3.15 | Excitação da excentricidade do LAGEOS I <i>versus</i> tempo – análise individual das perturbações..... | 58 |
| FIGURA 3.16 | LASER Geodynamics Satellite – LAGEOS..... | 61 |
| FIGURA 3.17 | Componente transversal da aceleração noite-dia <i>versus</i> período de rotação de 1s à 200s..... | 63 |
| FIGURA 3.18 | Componente transversal da aceleração noite-dia <i>versus</i> período de rotação de 1s a 72h..... | 64 |
| FIGURA 3.19a | Aceleração transversal média noite-dia e inverno-verão <i>versus</i> altitude..... | 71 |
| FIGURA 3.19b | Figura 3.19 a em escala logarítmica..... | 71 |
| FIGURA 3.20a | Aceleração radial e transversal média térmica total <i>versus</i> altitude..... | 72 |
| FIGURA 3.20b | Figura 3.20 a em escala logarítmica..... | 72 |

| | | |
|--------------|--|-----|
| FIGURA 3.21a | Ângulo de atraso δ_2 versus altitude (altitude máxima 400.000 km) | 73 |
| FIGURA 3.21b | Ângulo de atraso δ_2 versus altitude (altitude máxima 20.000 km) | 73 |
| FIGURA 3.22a | Aceleração radial e transversal média térmica total versus raio do satélite | 74 |
| FIGURA 3.22b | Figura 3.22 a em escala logarítmica | 74 |
| FIGURA 3.23 | Ângulo de atraso δ_2 versus raio do satélite | 75 |
| FIGURA 3.24a | Aceleração transversal média térmica total versus raio do satélite | 76 |
| FIGURA 3.24b | Figura 3.24 a em escala logarítmica | 76 |
| FIGURA 3.25a | Aceleração radial média térmica total versus altitude | 77 |
| FIGURA 3.25b | Figura 3.25 a em escala logarítmica | 77 |
| FIGURA 3.26 | Variação temporal do semi-eixo maior orbital versus raio do satélite | 78 |
| FIGURA 4.1 | Satélite GPS – Bloco II | 80 |
| FIGURA 4.2 | Sistema de coordenadas cartesiano fixo no satélite GPS | 81 |
| FIGURA 4.3 | Satélites GPS – Bloco I e Bloco II | 82 |
| FIGURA 4.4 | Componentes X e Z da força de pressão de radiação solar direta – modelos ROCK42, PE e PC – Bloco I | 93 |
| FIGURA 4.5 | Componentes X e Z da força de pressão de radiação solar direta – modelos ROCK42, PE e PC – Bloco II | 93 |
| FIGURA 4.6 | Sistema de referência (xyz) GPS – modelo cilíndrico | 95 |
| FIGURA 4.7 | Aceleração térmica total em módulo versus condutividade térmica – SVN 17 – Bloco II | 105 |
| FIGURA 4.8 | Sistemas de referência (xyz) GPS e (rsw) pseudo-orbital em relação ao plano Terra-Sol-satélite | 107 |
| FIGURA 4.9 | Componente radial da aceleração térmica total versus tempo | 113 |
| FIGURA 4.10 | Componente transversal da aceleração térmica total versus tempo | 114 |
| FIGURA 4.11 | Componente normal da aceleração térmica total versus tempo | 115 |
| FIGURA 4.12 | Componentes radial, transversal e normal da aceleração térmica total versus tempo | 116 |
| FIGURA 4.13 | Desvios orbitais – re-emissão térmica – fonte: Terra + Sol – SVN 17 | 117 |
| FIGURA 5.1 | Força Poynting-Robertson | 120 |
| FIGURA 5.2 | Fluxo de energia absorvido por um corpo esférico com área de seção reta A | 121 |
| FIGURA 5.3 | Aceleração Poynting-Robertson em módulo versus altitude-satélite-teste LAGEOS | 127 |
| FIGURA 5.4 | Aceleração Poynting-Robertson em módulo versus raio - satélite-teste LAGEOS | 127 |
| FIGURA 5.5 | Aceleração Poynting-Robertson em módulo versus altitude – Blocos I e II (parâmetros médios) | 128 |
| FIGURA 5.6 | Acelerações radial R e transversal S Poynting-Robertson versus intervalo de tempo – satélite-teste GPS. (A) de 0 a 24 horas; (B) de 0 a 12 meses | 129 |
| FIGURA 5.7 | Aceleração Poynting-Robertson no referencial solar versus tempo | 130 |

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a busca de forças não-gravitacionais capazes de perturbar o movimento orbital de satélites artificiais, tem resultado em novas modelagens e propostas que visam explicar essas perturbações. A re-emissão térmica tem recebido atenção considerável (*Afonso et al.*, 1985; *Barlier et al.*, 1986; *Rubincam*, 1987; *Scharroo et al.* 1991, *Vokrouhliký & Farinella*, 1995; *Farinella et al.*, 1996; *Duha*, 1996; *Duha & Afonso*, 2000) uma vez que, a maioria das perturbações residuais observadas possui um comportamento cíclico semelhante ao das forças de origem térmica.

A precisão na determinação da órbita de satélites artificiais tem aumentado continuamente devido ao aperfeiçoamento das tecnologias de rastreamento e aumento da densidade de estações de rastreamento de alta qualidade. Como consequência, efeitos dinâmicos sutis tornam-se aparentes sendo que muitos deles são, direta ou indiretamente, de origem não-gravitacional. No entanto, devido à pequena ordem de grandeza dessas acelerações perturbadoras, fenômenos desse tipo são difíceis de serem estudados através da análise de arcos-curtos, e somente os efeitos cumulativos de longo período podem ser detectados e analisados. Logo, uma condição importante, no

estudo empírico de fenômenos não-gravitacionais, é de que se tenha acesso a dados de alta qualidade, durante um período suficientemente longo, e para satélites dedicados a aplicações geodinâmicas.

Além disso, apesar dos fenômenos físicos, que causam mudanças de estado na energia de um sistema orbital serem, razoavelmente, bem conhecidos, o seu efeito pode variar significativamente conforme o satélite considerado. Resultados e conclusões obtidos a partir de um determinado satélite podem ser amplamente utilizados e aplicados a um novo satélite, porém uma análise cuidadosa das características individuais de cada satélite não pode ser negligenciada.

Forças não-conservativas estão associadas, em geral, a altos níveis de complexidade em termos de modelagem. É, portanto, comum a adoção de um certo número de suposições e de um satélite-teste com formato geométrico simples. Atualmente, as pesquisas têm se voltado para modelagens capazes de simplificar o formato complexo, a atitude e as propriedades óticas da superfície do satélite. Uma alternativa é tratar o satélite como sendo uma combinação de superfícies planas, cilíndricas ou esféricas, sujeitas a condições impostas pelo controle de atitude. Esse tipo de enfoque está sendo fundamental para a obtenção dos atuais níveis de acurácia em satélites de formato complexo como é o caso do satélite GPS (*Vigue & Schutz, 1991*).

Apesar dos grandes avanços na modelagem das forças de perturbação o conhecimento do movimento do satélite não é absoluto (*Vilhena de Moraes, 1994*). Modelagens imperfeitas ou incompletas das forças não-conservativas são, superando as incertezas relativas ao Geopotencial, a fonte dominante de erros no posicionamento orbital. Até mesmo os modelos mais detalhados e minuciosos para essas forças estarão limitados pelas incertezas na orientação, nas propriedades e na temperatura das superfícies que compõe o satélite.

A modelagem da atitude tem um papel fundamental dentro deste enfoque, pois varia de satélite para satélite. Além disso, missões presentes e futuras deverão exigir não só uma modelagem adequada da atitude, mas também, da distribuição de temperaturas na superfície do satélite. Funções aproximadas, como os modelos

ROCK4 e ROCK42, têm sido utilizadas para modelar os efeitos da pressão de radiação solar (*Fliegel et al.*, 1992) no satélite GPS. Essas funções aproximadas são fáceis de serem implementadas, não requerem modelagem complexa de atitude, e são eficientes do ponto de vista computacional. Porém são requeridas informações detalhadas sobre as características da superfície do satélite.

Uma vez que, a maioria desses efeitos possui um comportamento característico que se repete a cada período orbital do satélite, acelerações empíricas do tipo um-ciclo-por-revolução são utilizadas para a obtenção de soluções orbitais dinâmicas do GPS (*Bertiger et al.*, 1994). Desta forma, no enfoque “dinâmico reduzido” GPS, a órbita dinâmica convergente é utilizada como uma efeméride *à priori*.

O estudo das forças de re-emissão térmica em satélites artificiais teve o seu início após o lançamento do satélite geodinâmico LAGEOS I, em 1976, quando foram detectadas acelerações residuais não modeladas na época. Afonso *et al.* (1989, 1994) estudaram os efeitos da re-emissão térmica e propuseram uma modelagem que levava em consideração os períodos de entrada e saída da sombra (eclipses) do satélite LAGEOS. Rubincam (1987, 1988, 1990, 1995) tem sido, talvez o autor mais fecundo no que se refere à modelagem da re-emissão térmica no satélite LAGEOS, contribuindo em muito para elucidar este fenômeno não-gravitacional (*Rubincam et al.*, 1995, 1997, 1998). Farinela *et al.* (1990), estudaram a influência dos efeitos térmicos nas excitações do nodo e da inclinação do satélite LAGEOS, no entanto, o trabalho não foi estendido à análise das excitações da excentricidade. Martin e Rubincam (1996), estudaram as perturbações devidas à luz do Sol refletida na superfície da Terra. Baseados em dados detalhados do projeto “Earth Radiation Budget Experiment” (ERBE), Martin e Rubincam puderam modelar aspectos muito intrincados do fenômeno complexo contido no conceito geral do efeito albedo. Para sua surpresa, eles encontraram uma forte “anti-correlação” dos resultados com as excitações de excentricidade observadas, concluindo que esse resultado acentua a importância de se focalizar o tema da excentricidade residual do LAGEOS I. Esforços para atribuir estas excitações anômalas à origens gravitacionais não tem sido particularmente satisfatórios. As periodicidades da série temporal da excentricidade

são idênticas as esperadas do harmônico zonal de terceiro grau da maré solar anual e do harmônico de terceiro grau e primeira ordem da maré solar diurna (*Tapley et al.* 1993, *Eanes*, 1995). No entanto, a análise do satélite Starlette, cuja altitude é bem menor e é mais sensível a essas excitações gravitacionais, não produz estimativas grandes ou anômalas para os harmônicos citados. Estima-se que as variações anuais dos zonais ímpares devidas à redistribuição sazonal de massa atmosférica e hidrológica causam excitações, que embora não sejam negligenciáveis, são consideravelmente menores do que as variações anuais observadas nas excitações dos LAGEOS.

Em seu trabalho *Nongravitational effects and the LAGEOS eccentricity excitations* Métris *et al.* (1997) apresentam um modelo que procura explicar as excitações anômalas (resíduos) na excentricidade da órbita do satélite LAGEOS I onde considera como fenômenos mais importantes: (1) erro na modelagem do coeficiente de pressão de radiação média; e (2) o efeito Yarkovsky-Schach (efeito de re-emissão térmica considerando o Sol como fonte de aquecimento) cuja amplitude é estimada em $2,41 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$. Influências menores são atribuídas à refletividade assimétrica na superfície do satélite e assimetria na emissividade térmica da Terra. No entanto, a modelagem proposta não consegue explicar por completo os resíduos observados. É discutida a importância de outros efeitos tais com: efeitos térmicos Yarkovsky relacionados ao aquecimento da Terra; efeitos eletromagnéticos; e erro de modelagem das transições devido à travessia da penumbra da Terra, verificando, no entanto, que nenhum desses efeitos é bom candidato do ponto de vista quantitativo. Apesar disto, Métris conclui, que a maior parte das excitações anômalas deve ser atribuída a efeitos não-gravitacionais.

O objetivo desta tese é desenvolver um modelo térmico capaz de explicar e prever as perturbações anômalas do satélite LAGEOS, assim como permitir uma análise do comportamento das forças de re-emissão térmica e de seus efeitos em satélites artificiais. Além disso, este trabalho é estendido a um satélite do tipo GPS, cujo formato difere da situação esférica simples abordada no LAGEOS e que, portanto, possibilita uma comparação dos efeitos e resultados para estes dois tipos de

satélites completamente diferentes. Enquanto o LAGEOS é um satélite passivo sem equipamento a bordo, sem controle de atitude e com formato esférico simples, o satélite GPS possui controle de atitude, formato complexo, painéis solares, etc.

No capítulo 2, são introduzidos alguns conceitos fundamentais para a modelagem unificada proposta neste trabalho. Em analogia com a modelagem desenvolvida por Duha, 1996, para asteróides, é desenvolvido um modelo térmico unificado semelhante para satélites artificiais. Naquela época, foi obtida uma modelagem térmica que tratava os efeitos noite-dia e inverno-verão como componentes de um efeito térmico total (modelo unificado) e que apresentava alguns resultados importantes como a “lei de seleção” aplicada a asteróides: “...Distância à fonte de energia radiante e raio do corpo, são fatores que determinam mudanças no módulo e na direção da força inverno-verão. A curva que representa a aceleração transversal média S possui um pico, que se desloca para diferentes valores da distância à fonte de energia e seleciona os corpos que irão sentir a força inverno-verão com maior intensidade. À 2,8 UA o pico está na faixa dos oito metros, quatro metros para 1 UA, dois metros para 0,5 UA e assim por diante. Portanto existe um fator seletivo característico do efeito inverno-verão ligado ao tamanho do corpo. Este fator seletivo pode ter influenciado a formação do nosso Sistema Solar. Distância à fonte de radiação e diâmetro do corpo são fatores capazes de alterar a intensidade e direção das forças atuantes no corpo, criando uma espécie de ordem na formação progressiva de um Sistema Planetário...” (Duha, 1996). A lei de seleção previa um decaimento orbital maior para objetos com dimensões na faixa dos 10 metros (Cinturão de Asteróides). Esse resultado tem sido confirmado por programas que se ocupam com o monitoramento de asteróides próximos a Terra, como é o caso do *Spacewatch* (Gehrels & Jedicke, 1996). Portanto, os efeitos de re-emissão térmica têm sido motivo de estudo não apenas dentro do contexto da dinâmica orbital de satélites artificiais, mas também de corpos celestes tais como asteróides, satélites naturais, etc. (Farinella et al., 1998; Vokroulický & Farinella, 1997, 1998a,b; Vokroulický, 1998, Rubincam, 1995,1998, Menichella et al., 1996).

O presente trabalho mostra que existe, também, uma Lei de Seleção para satélites artificiais. Essa lei aponta para a existência de altitudes críticas, associadas ao satélite em estudo, onde os efeitos na órbita do satélite, devidos à re-emissão térmica, são maximizados.

A seguir, no capítulo 2 são desenvolvidas, separadamente, as modelagens: esférica, cilíndrica e plana, para a distribuição de temperaturas na superfície do satélite, e se obtêm a força térmica resultante para esses três casos: esférico (LAGEOS), cilíndrico (corpo-GPS) e plano (painéis-GPS). Uma vez que não há modelagens anteriores a modelagem apresentada neste trabalho, não foi possível obter referências ou dados capazes de esclarecer o comportamento do satélite GPS sob a ação dos efeitos de re-emissão térmica. O primeiro passo para a modelagem da re-emissão térmica no satélite GPS consistiu em uma análise cuidadosa da atitude do satélite em relação às fontes de calor (o Sol e a Terra) com o objetivo de identificar e entender a relação entre a atitude do satélite e a intensidade das componentes da força de re-emissão térmica atuando a cada instante. Além disso, tornou-se necessário recorrer a uma modelagem simplificada que trata o corpo do satélite GPS como sendo de formato cilíndrico e os painéis como superfícies planas.

No capítulo 3, são aplicados os resultados da modelagem esférica ao satélite LAGEOS, e são obtidas as acelerações térmicas nos sistemas (xyz) fixo do LAGEOS e (rsw) pseudo-orbital. São analisados, primeiramente, os efeitos noite-dia e inverno-verão separadamente, e a seguir em conjunto. Além disso, são consideradas duas fontes de calor: o Sol e a Terra. Devido à importância da inclinação do eixo de rotação do satélite-teste em relação à fonte de energia são considerados diferentes ângulos de inclinação que variam de 0° a 90° para a Terra e 3° a 87° para o Sol. Cada caso apresenta comportamento característico diferente. A seguir, é feita uma análise do efeito de re-emissão térmica para um satélite-teste baseado em dados do LAGEOS. Neste caso, é considerado eixo de rotação no plano orbital, e após comparação entre as acelerações transversais noite-dia e inverno-verão, a aceleração noite-dia é desprezada na análise que segue. As acelerações radial e transversal, em módulo, e o ângulo de

atraso são discutidos e analisados em função da altitude do satélite e de seu raio, ou seja, satélites-teste do tipo LAGEOS, porém com dimensões diferentes são considerados. Além disso, são mostrados alguns resultados no que se refere ao decaimento do semi-eixo maior em função do tempo e do raio do satélite.

No capítulo 4 são aplicados os resultados da modelagem PC (plano-cilíndrica) ao satélite GPS. Inicialmente, é feita uma análise comparativa da pressão de radiação solar direta para os seguintes modelos: ROCK4/42, esférico e cilíndrico. Uma vez que os resultados para a pressão de radiação são conhecidos e bem modelados, a comparação dos modelos acima é útil, pois fornece indicações do grau de acurácia de uma modelagem cilíndrica para um satélite do tipo GPS. Esta análise, em termos de pressão de radiação solar direta, fornece maior confiabilidade na modelagem cilíndrica utilizada a seguir para a re-emissão térmica.

A análise das perturbações orbitais nas direções radial, transversal e normal, revela que o efeito da re-emissão térmica é mais significativo do que outros efeitos, atualmente considerados na modelagem da órbita GPS, como as marés oceânicas, por exemplo, e que se equipara ao *Y-bias*.

No capítulo 5 é realizada uma redefinição do efeito Poynting-Robertson (PR) associado à pressão de radiação e é introduzida a modelagem de um efeito novo do tipo PR que é uma correção relativística ao efeito de re-emissão térmica, sendo a seguir, esta modelagem aplicada aos satélites LAGEOS e GPS.

Parte da importância deste trabalho está diretamente relacionada ao papel dos satélites geodinâmicos dentro do contexto da Geodésia. Os avanços na tecnologia de rastreamento a LASER, técnicas de modelagem, e procedimentos computacionais têm aumentado a acurácia dos valores obtidos pela estação para alguns poucos centímetros em todas as coordenadas. Com a precisão nesta ordem de grandeza observações importantes para a Geodésia podem ser realizadas. A compreensão das forças que atuam em satélites geodinâmicos é importante, pois como decorrência até os fenômenos geofísicos mais difíceis de serem detectados, podem ser observados com o auxílio desses satélites. Além disso, possibilita a otimização dos processos de detecção

e medição de diversos fenômenos geofísicos relacionados ao sistema terra/oceanos/atmosfera, como por exemplo:

- Detecção e monitoramento do movimento das placas tectônicas, deformação da crosta, rotação da Terra, e movimento dos pólos;
- Modelagem das variações espaciais e temporais do campo gravitacional da Terra;
- Determinação de marés oceânicas em escala regional;
- Monitoramento de variações, ao nível do milímetro, na localização do centro de massa da Terra como um todo (sistema terrestre: terra/atmosfera/oceanos);
- Estabelecimento e manutenção do ITRS (*International Terrestrial Reference System*); etc.

Devido à importância do uso do satélite artificial como um instrumento precioso para o estudo de fenômenos geofísicos (*Marshall et al.*, 1995, *Schutz*, 1997), estações SLR encontram-se espalhadas por todo o mundo. Diversos países têm trabalhado em conjunto, numa cooperação internacional que visa a criação e manutenção de uma rede mundial de estações LASER. Atualmente, mais de 30 países realizam medições SLR, compartilhando dados, tecnologia e experiências na operação dos equipamentos, sendo que, a NASA tem ocupado um papel de destaque na coordenação dos programas existentes e ajudado na implementação de novos programas.

CAPÍTULO 2

RE-EMIÇÃO TÉRMICA

2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Acelerações resultantes de gradientes térmicos na superfície do satélite devem ser consideradas para a determinação precisa da órbita. Uma superfície emite radiação infravermelha proporcionalmente às propriedades emissivas do material de que é composta e a sua temperatura elevada a quarta. A temperatura da superfície varia de acordo com sua exposição as fontes externas (p.ex. radiação solar) e internas (p.ex. eletrônica) de calor. Adicionalmente, muitos veículos espaciais usam sistemas ativos e passivos de controle térmico para regular a temperatura dos componentes eletrônicos. Frequentemente, isto implica que há perda de calor numa direção preferencial, causando uma aceleração. Modelar o comportamento térmico de um veículo espacial como um todo é problemático uma vez que para isso seria necessário um conhecimento da história passada das temperaturas na superfície e da exposição à fontes de calor.

A modelagem das forças de radiação possui três requisitos: (1) modelagem do fluxo de radiação vindo do Sol e de sua re-irradiação pela Terra na faixa visível e

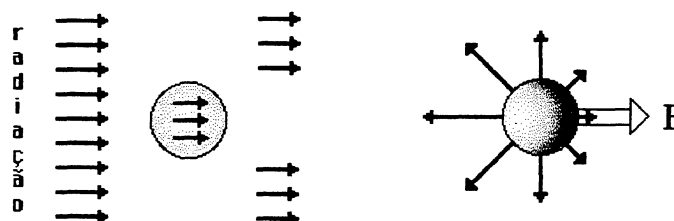
infravermelha (IR) do espectro; (2) modelagem da geometria e da orientação do satélite; (3) modelagem da interação entre as superfícies do satélite e o fluxo de radiação.

O mecanismo responsável pela força térmica, devida à fontes externas de energia radiante, que atua em satélites artificiais é muito simples: A radiação que chega da fonte de radiação térmica (Sol, Terra, etc.) aquece com maior eficiência o lado do satélite que se encontra voltado para a fonte de radiação do que o lado oposto (lado escuro). Como consequência, a superfície do satélite apresenta uma distribuição de temperaturas assimétrica. O lado quente do satélite re-emite fótons mais energéticos (maior frequência de onda) e, portanto, sofre uma perda de momentum maior do que o lado frio. Esta anisotropia leva a um momento linear resultante diferente de zero que gera uma força térmica resultante que irá atuar no satélite gerando uma aceleração da ordem de $10^{-12} \text{ m s}^{-2}$.

A quantidade de radiação recebida por um elemento de área na unidade de tempo varia de acordo com as coordenadas da fonte de energia, que são controladas pela orientação do eixo de rotação, e pelos movimentos de translação e rotação do satélite.

Há duas assimetrias importantes, na distribuição de temperaturas na superfície do satélite: uma ao longo do eixo de rotação (que gera o efeito inverno-verão) e outra ao longo do plano equatorial (que gera o efeito noite-dia), no sistema de referência do satélite.

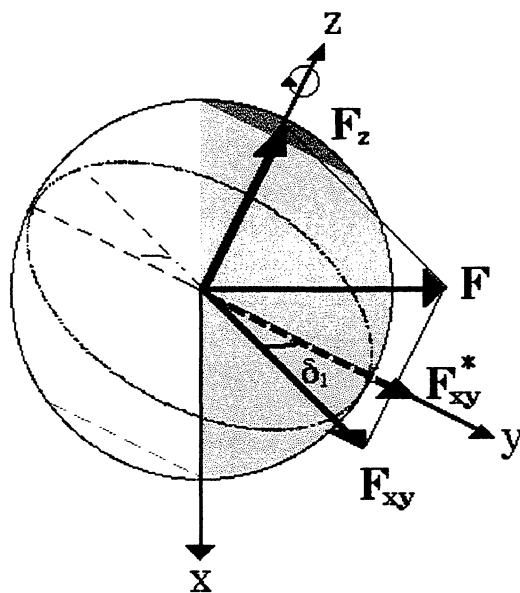
FIGURA 2.1 –RE-EMIÇÃO DA ENERGIA RADIANTE ABSORVIDA E A FORÇA DE RE-EMIÇÃO TÉRMICA



A Figura (2.1) mostra esquematicamente a absorção e posterior re-emissão da energia radiante incidente em um corpo esférico. A temperatura na superfície do satélite não é a mesma para todos os pontos, gerando uma perda de momento maior no “lado quente” do satélite e como consequência surge uma força F conhecida como força de *re-emissão térmica*.

Quando o satélite se encontra em movimento com relação a fonte de energia, seja de rotação ou de translação, a direção da força térmica será desviada de um certo ângulo δ conhecido como ângulo de atraso. O ângulo de atraso está relacionado à inércia térmica do corpo que faz com que a energia absorvida não seja re-emitida instantaneamente, mas após um certo lapso de tempo. Costuma-se utilizar um referencial cartesiano centrado no centro de massa do satélite para a análise das componentes da força térmica e ângulo de atraso. Neste referencial o eixo Z coincide com o eixo de rotação do satélite e os eixos X e Y com direções arbitrárias, conforme a Figura (2.2), que mostra de forma esquemática as componentes da força de re-emissão térmica no referencial cartesiano associado ao eixo de rotação do satélite.

FIGURA 2.2 – AS FORÇAS INVERNO-VERÃO E NOITE-DIA NO SISTEMA CARTESIANO (x,y,z)



Neste referencial o eixo Z é o eixo de rotação. O movimento de rotação e a inércia térmica do satélite geram um ângulo de atraso δ_1 que altera a direção da força F_{xy}^* para F_{xy} .

O efeito térmico tem recebido vários nomes na literatura, entre eles: “photon thrust”, “thermal drag”, efeito Yarkovsky, etc. E sua componente equatorial F_{xy} é conhecida por efeito noite-dia, “diurnal effect”, etc.; e a componente ao longo do eixo de rotação F_z é conhecida como efeito inverno-verão, “seasonal effect”, etc. As terminologias “efeito diurno” e “efeito sazonal” não são adequadas pois elas implicam em efeitos sensíveis apenas durante o dia ou durante certas estações, o que não ocorre. A componente F_{xy} da força de re-emissão é chamada de componente “noite-dia” pois está associada à diferença de temperaturas entre a noite e o dia, e de forma semelhante a componente F_z é chamada de componente “inverno-verão” pois está associada a diferença de temperaturas que surge na superfície de um corpo quando seu eixo de rotação se encontra inclinado (ou seja, não é perpendicular) em relação a fonte de calor, resultando na existência de estações que se repetem durante um ciclo orbital.

2.2 MODELO ESFÉRICO

Para o satélite LAGEOS a modelagem adequada é a que apresenta simetria esférica. Além disso, o eixo z do sistema de referência (xyz) com origem no centro de massa do satélite deve coincidir com o eixo de rotação, ou de *spin*.

2.2.1 Distribuição de Temperaturas na Superfície

No modelo apresentado a seguir, o satélite é uma esfera homogênea com raio R , aquecida por uma fonte de energia térmica. O satélite re-emite de forma anisotrópica a energia radiante absorvida da fonte de energia e isto leva a uma força de re-emissão

térmica. A temperatura na superfície do satélite é $T = T_0 + \Delta T$, onde T_0 é a temperatura média e ΔT é a variação da temperatura. Então, $I = I_0 + \Delta I$ representa a radiância, energia radiante incidente, por unidade de área e na unidade de tempo, responsável por um aquecimento T , e I_0 é a radiância constante da fonte de energia, que proporciona ao corpo a temperatura média T_0 . Supondo-se que ΔT e ΔI são funções periódicas, e variam no tempo de acordo com $e^{-i\nu t}$, onde $i = \sqrt{-1}$, de tal forma que

$$\Delta T(R, \theta, \phi, t) = \Delta \hat{T}(R, \theta, \phi) e^{-i\nu t}, \quad (2.1)$$

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = \Delta \hat{I}(\theta, \phi) e^{-i\nu t}, \quad (2.2)$$

onde, $\Delta \hat{T}$ e $\Delta \hat{I}$ são funções apenas das coordenadas dos pontos $P(R, \theta, \phi)$ e $P'(\theta, \phi)$, respectivamente. Portanto, R é a distância radial medida à partir do centro geométrico do satélite até um ponto em sua superfície, ν é a frequência do movimento angular responsável pelas variações nas coordenadas da fonte de energia, θ é a colatitude, e ϕ é a longitude do ponto considerado, no sistema de referência cartesiano (xyz) com origem no centro de massa do satélite. O eixo z encontra-se ao longo do eixo de rotação com x e y completando o sistema cartesiano.

Para obter a distribuição de temperaturas na superfície do satélite, resolve-se a equação de condução de calor com as condições de contorno apropriadas (*Afonso and Foryta*, 1989; *Afonso et al.*, 1995, *Duha*, 1996)

$$\nabla^2 T = \frac{\rho C_p}{k} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{R=R_s} = \alpha I - \epsilon \sigma T^4, \quad (2.4)$$

onde, a Equação (2.4) fornece as condições de contorno para a superfície de acordo com a lei de conservação de energia. A perda líquida de calor em um elemento de área na superfície é dada pela diferença entre a energia térmica absorvida e a energia re-emitada por unidade de área na unidade de tempo. Nas equações (2.3) e (2.4) são utilizados os seguintes parâmetros

- T - temperatura na superfície;
 ρ - densidade de massa;
 C_p - calor específico a pressão constante;
 k - condutividade térmica;
 α - absorvidade de radiação;
 ε - emissividade de radiação;
 R - distância radial medida a partir do centro geométrico do satélite.

São utilizados ainda, a constante de Stefan-Boltzmann, σ ; a radiância da fonte de energia, I ; e o tempo t .

A temperatura média está relacionada a radiância média por

$$\varepsilon \sigma T_0^4 = \alpha I_0, \quad (2.5)$$

e expandindo T^4 na forma de uma expansão binomial e considerando que $\Delta T \gg T_0$, tem-se

$$T^4 = T_0^4 + 4T_0^3 \Delta T. \quad (2.6)$$

A seguir, substituindo $T = T_0 + \Delta T$ na Equação (2.3) e $I = I_0 + \Delta I$ na Equação (2.4) obtem-se após linearização

$$\nabla^2(\Delta T) = \frac{\rho C_p}{k} \frac{\partial(\Delta T)}{\partial t}, \quad (2.7)$$

$$k \frac{\partial(\Delta T)}{\partial R} \Big|_{R=R_s} + 4 \varepsilon \sigma T_0^3(\Delta T) = \alpha \Delta I, \quad (2.8)$$

Substituindo as relações (2.1) e (2.2) na Equação (2.7) obtem-se

$$\nabla^2(\Delta \hat{T}) = -K^2(\Delta \hat{T}), \quad (2.9)$$

onde

$$K^2 = \frac{i \nu \rho C_p}{k}. \quad (2.10)$$

A Equação (2.9) em coordenadas esféricas é dada por

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \Delta \hat{T}}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Delta \hat{T}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Delta \hat{T}}{\partial \phi^2} = -K^2 \Delta \hat{T}, \quad (2.11)$$

e esta equação pode ser resolvida pelo método da separação de variáveis (*Duha*, 1996), desde que

$$\Delta \hat{T}(R, \theta, \phi) = A(R)B(\theta)C(\phi), \quad (2.12)$$

de, tal forma, que a Equação (2.11) resulta em três equações independentes, dadas por

$$\frac{d^2 C}{d\phi^2} + m^2 C = 0, \quad (2.13)$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dB}{d\theta} \right) + \left(l(l+1) \sin \theta - \frac{m^2}{\sin \theta} \right) B = 0, \quad (2.14)$$

$$\frac{d}{dR} \left(R^2 \frac{dA}{dR} \right) + (K^2 R^2 - l(l+1)) A = 0, \quad (2.15)$$

e, portanto, a solução da Equação (2.11) é

$$\Delta \hat{T} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_{l,m} P_l^m(\cos \theta) j_l(KR) e^{im\phi}, \quad (2.16)$$

onde $P_l^m(\cos \theta)$ são as funções associadas de Legendre e $j_l(KR)$ é a função esférica de Bessel (*Butkov*, 1988). Os coeficientes $C_{l,m}$ podem ser encontrados colocando-se $\Delta \hat{T}(\theta, \phi)$ na forma de uma expansão polinomial de Legendre

$$\Delta \hat{T} = I_0 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{l,m} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (2.17)$$

e a seguir substituindo ΔT e ΔI na equação de condição de contorno (2.4)

$$C_{l,m} = \frac{\alpha I_0 f_{l,m}}{4\varepsilon\sigma T_0^3 j_l(KR) + k \left. \frac{\partial j_l(KR)}{\partial R} \right|_{R=R_s}}, \quad (2.18)$$

e substituindo $C_{l,m}$ na Equação (2.16) obtem-se

$$\Delta T(R_s, \theta, \phi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{\alpha I_0 f_{l,m} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} e^{-i\omega t}}{4\varepsilon\sigma T_0^3 + \frac{k}{j_l(KR)} \left. \frac{\partial j_l(KR)}{\partial R} \right|_{R=R_s}}, \quad (2.19)$$

onde

$$X + iY = \frac{1}{j_l(KR_s)} \left. \frac{\partial j_l(KR)}{\partial R} \right|_{R=R_s}, \quad (2.20)$$

onde X e Y são a parte real e imaginária, respectivamente, do número complexo dado na equação acima e portanto, a Equação (2.19) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\Delta T(R_s, \theta, \phi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{\alpha I_0 f_{l,m} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} e^{-i\omega t}}{(4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX) \left(1 + \frac{k iY}{4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX} \right)}, \quad (2.21)$$

onde, definindo-se a variável

$$\xi = -\frac{kY}{4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX}, \quad (2.22)$$

obtem-se

$$\Delta T(R_s, \theta, \phi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{\alpha I_0 f_{l,m} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} e^{-i\omega t}}{(4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX)(1 - i\xi)}. \quad (2.23)$$

Observe, no entanto, que

$$\frac{1}{1 - i\xi} = \frac{1 + i\xi}{1 + \xi^2}, \quad (2.24)$$

e, que a forma polar do número complexo $1 + i\xi$ pode ser expressa como uma função exponencial

$$1 + i\xi = r^* (\cos \delta + i \sin \delta) = r^* e^{i\delta}, \quad (2.25)$$

onde, $r^* = (1 + \xi^2)^{1/2}$. Além disso, tem-se que $r^* \cos \delta = 1$, e $r^* \sin \delta = \xi$, logo $\tan \delta = \xi$. Então, substituindo a relação (2.27) na Equação (2.26), obtem-se

$$\frac{1}{1 - i\xi} = \frac{e^{i\delta}}{(1 + \xi^2)^{1/2}}. \quad (2.26)$$

E, portanto, se δ é uma variável angular, a Equação (2.25) poderá ser apresentada de forma mais conveniente (Afonso e Foryta, 1989; Afonso et al., 1994; Duha, 1996) como segue

$$\Delta T(R, \theta, \phi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{\alpha I_0 f_{lm} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} e^{-i(\nu t - \delta)}}{(4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX)(1 + \xi^2)^{1/2}}, \quad (2.27)$$

onde

$$\delta = \arctan \xi, \quad (2.28)$$

Para uma fonte de energia pontual a variação da radiância é dada pela relação geométrica entre a direção do ponto considerado na superfície da esfera $P(\theta, \phi)$ e a direção da fonte de energia $P'(\theta', \phi')$

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = n_f I_0 [\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'] = n_f I_0 [\cos \theta' \cos \theta + \sin \theta' \sin \theta \cos(\phi - \phi')], \quad (2.29)$$

onde n_f é o fator de normalização e \mathbf{p} e \mathbf{p}' são vetores unitários, em coordenadas esféricas, que apontam nas direções dadas por P e P' . A equação correspondente obtida pelo modelo (Equação (2.10)) é dada pela seguinte expressão

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = I_0 [f_{l,0} \cos \nu \cos \theta + f_{l,1} \sin \theta \cos(\phi - \nu)], \quad (2.30)$$

onde, foram considerados apenas os termos $l = 1$, $m = 0$ e $m = 1$, e a parte real da expressão para ΔI obtida de acordo com o modelo que está sendo desenvolvido neste trabalho. Por comparação entre as expressões (2.29) e (2.30), obtem-se que $f_{l,0} = n_f$; $f_{l,1} = n_f \sin \theta'$. Além disso, tem-se ainda uma relação entre a frequência considerada (rotação ou translação) e as coordenadas da fonte de energia térmica expressa por $\cos(\nu) = \cos(\theta')$ e $\cos(\phi - \nu) = \cos(\phi - \phi')$. Para exemplificar a relação entre as coordenadas da fonte e as frequências fundamentais que afetam essas coordenadas, procede-se à análise de um corpo padrão: uma esfera com movimento de rotação em torno do eixo Z e movimento de translação ao redor da fonte de radiação. Ainda com o objetivo de simplificar a análise assume-se que o eixo de rotação z está orientado ao longo do plano orbital. Considerando inicialmente, apenas o movimento de rotação, com $\nu = \nu_1$, a frequência do movimento de rotação, tem-se $\phi' = \nu_1 t$, $\theta' = cte$ e a variação da radiância será dada por

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = n_f I_0 [\cos \theta' \cos \theta + \sin \theta' \sin \theta \cos(\phi - \nu_1 t)]. \quad (2.31a)$$

A seguir, considerando apenas o movimento de translação, com $\nu = \nu_2$, a frequência do movimento orbital, tem-se $\theta' = \nu_2 t$, $\phi' = cte$ e a variação da radiância será dada por

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = n_f I_0 [\cos \nu_2 t \cos \theta + \sin \nu_2 t \sin \theta \cos(\phi - \phi')]. \quad (2.31b)$$

Quando os dois movimentos são considerados simultaneamente, tem-se

$$\Delta I(\theta, \phi, t) = n_f I_0 [\cos \nu_2 t \cos \theta + \sin \nu_2 t \sin \theta \cos(\phi - \nu_1 t)], \quad (2.32)$$

portanto, a expressão final para a temperatura na superfície do satélite esférico, homogêneo, aquecido por uma fonte de energia radiante é dada pela expressão seguinte

$$T = T_0 + n_f \frac{\alpha I_0 e^{-i(\nu-\delta)}}{(4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX)(1+\xi^2)^{1/2}} (\cos\theta + e^{i\phi} \sin\theta' \sin\theta). \quad (2.33)$$

2.2.2 Força Térmica Resultante

Cada elemento de área na superfície do satélite aquecido emite radiação de acordo com a temperatura do mesmo. A radiação térmica re-emitada na forma de fótons carrega consigo energia e momento. Essa perda de momento pode ser calculada através da relação simples: *momento = energia/c*, onde c é a velocidade da luz. A quantidade de momento perdida na unidade de tempo e na unidade de área dentro do ângulo sólido $d\Omega$ na direção η em relação a normal (lei dos cossenos) é

$$dP = \frac{I_{Sup}}{\pi c} \cos\theta d\Omega, \quad (2.34)$$

onde $I_{Sup} = \varepsilon\sigma T^4$ é a radiância do elemento de superfície. De tal forma, que o momento total ao longo da normal ao elemento de superfície considerado é igual a

$$P = \frac{2\varepsilon\sigma}{3c} T^4, \quad (2.35)$$

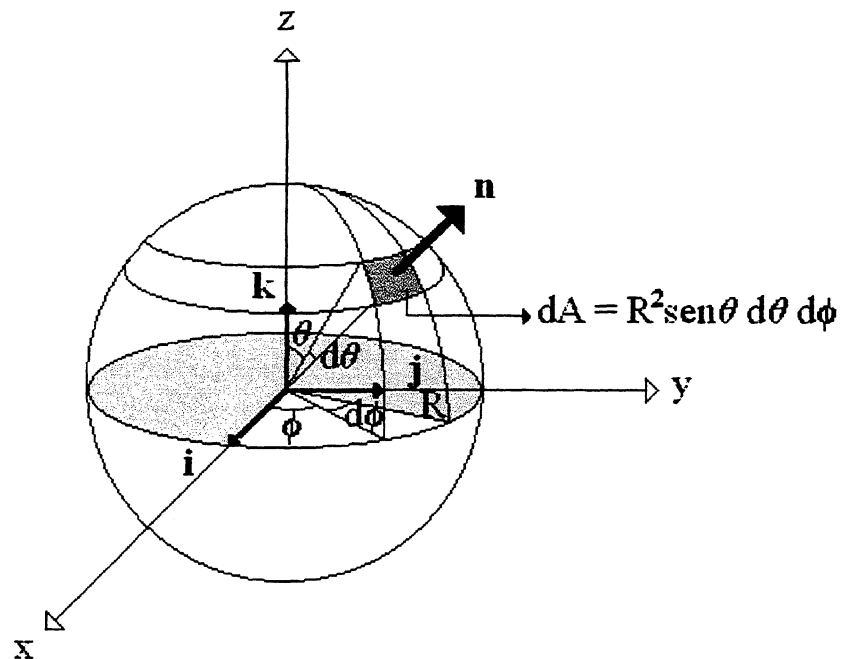
e a força associada a essa perda de momento é dada por

$$d\mathbf{F} = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3c} T^4 d\mathbf{A}, \quad (2.36)$$

onde, $d\mathbf{A} = dA\mathbf{n}$ é o vetor elemento de área, em coordenadas esféricas, no sistema de referência (xyz) da Figura (2.3). A força de re-emissão térmica resultante é obtida através da integração de todos os elementos de força $d\mathbf{F}$ distribuídos na superfície esférica do satélite

$$\mathbf{F} = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3c} \int_{A_{\text{esfera}}} T^4 d\mathbf{A} \mathbf{n}, \quad (2.37)$$

FIGURA 2.3 – ELEMENTO DE ÁREA EM COORDENADAS ESFÉRICAS



onde $dA = R^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$ é o elemento de área e

$$\mathbf{n} = \sin \theta \cos \phi \, \mathbf{i} + \sin \theta \sin \phi \, \mathbf{j} + \cos \theta \, \mathbf{k}, \quad (2.38)$$

o versor normal a superfície.

Utilizando a expressão aproximada para T^4 dada pela Equação (4) e lembrando que a expressão final para a força deve ter uma representação real obtém-se

$$\mathbf{F} = n_f \{ A_1 \sin(\nu_2 t - \delta_2) [\cos(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{i} + \sin(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{j}] + A_2 \cos(\nu_2 t - \delta_2) \mathbf{k} \}, \quad (2.39)$$

onde n_f é dado por

$$n_f = \frac{1}{2(1 + \sin^2 \nu_2 t)}, \quad (2.40)$$

com valores máximo e mínimo iguais à $1/2$ e $1/4$, respectivamente. Os dois principais movimentos angulares do satélite, rotação e translação (com frequências angulares iguais a ν_1 e ν_2 , respectivamente), são levados em consideração, de tal forma, que δ_1 é o ângulo de atraso devido à rotação; δ_2 é o ângulo de atraso devido à translação, e A_1 e A_2 são dados por

$$A_i = - \frac{(8\pi) \alpha I_0 R^2}{9c \left(1 + \frac{kX_i}{4\epsilon\sigma T_0^3} \right) \left(1 + \xi_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.41)$$

O símbolo i indica que as quantidades X e ξ são calculadas com $\nu = \nu_1$ para o efeito noite-dia e $\nu = \nu_2$ para o efeito inverno-verão. Observe que a força de re-emissão térmica possui duas componentes, uma no plano xy do satélite (equatorial) e a outra na direção do eixo z de rotação (spin). A força xy leva ao efeito noite-dia generalizado (que, mais adiante, será chamado de efeito noite-dia simplesmente) e a força z leva ao efeito inverno-verão. Esta expressão geral mostra que as forças inverno-verão e noite-dia são, na verdade, as componentes F_{xy} e F_z da força de re-emissão térmica total atuante no satélite.

A força inverno-verão está direcionada, sempre, ao longo do eixo z enquanto que a força noite-dia se encontra, sempre, no plano xy . A força de re-emissão térmica total, \mathbf{F} , é o resultado da adição das forças noite-dia ou \mathbf{F}_{xy} e inverno-verão ou \mathbf{F}_z .

2.2.3 Força Térmica Resultante *versus* Coordenadas da Fonte de Energia

Agora, de volta à equação (2.41), levando-se em consideração os dois movimentos periódicos, rotação e translação, pode-se re-escrever esta equação em função das coordenadas da fonte de energia radiante, como é mostrado à seguir

$$\mathbf{F} = n_f \{ A_1 \sin(\theta' - \delta_2) [\cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{i} + \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{j}] + A_2 \cos(\theta' - \delta_2) \mathbf{k} \}, \quad (2.42)$$

com

$$n_f = \frac{1}{2(1 + \sin^2 \theta')} , \quad (2.43)$$

onde, (θ', ϕ') representa as coordenadas da posição aparente da fonte pontual de energia radiante no sistema de referência do satélite (θ' é a co-latitute e ϕ' é a longitude). Aqui se verifica, novamente, uma dependência, da força de re-emissão térmica, com a colatitute da fonte de energia.

Quando $\theta' = \pi/2$ o fator de normalização é igual à $n_f = 1/4$ e a distribuição de temperaturas é mais uniforme do que para $\theta' = 0$ quando $n_f = 1/2$; então, a intensidade da força térmica deve ser menor para $\theta' = \pi/2$ quando o efeito inverno-verão se anula ($F_z = 0$). Logo, para $\theta' = 0$, quando, têm-se a situação oposta, o efeito noite-dia se anula ($F_{xy} = 0$).

O primeiro termo (\mathbf{i}, \mathbf{j}) no lado direito da equação (2.44) está relacionado ao efeito noite-dia (efeito diurno) que é máximo para $\theta' = \pi/2$ (ou seja, $\sin \theta' = 1$), e resulta de uma distribuição de temperaturas assimétrica ao longo do plano xy , enquanto que o segundo termo (\mathbf{k}) está relacionado ao efeito inverno-verão (efeito sazonal), que é máximo para $\theta' = 0$, (ou seja, $\cos \theta' = 1$), e resulta de uma distribuição de temperaturas assimétrica ao longo do eixo z .

2.2.4 Ângulo de Atraso δ

A variável angular δ , definida na equação (2.28), é o ângulo entre a direção da absorção e da re-emissão da radiação, que aparece como uma consequência da inércia térmica do material de que é composto o satélite. É chamado de *ângulo de atraso* da força que atua no satélite e é expresso por

$$\delta_i = \arctan \left(-\frac{kY_i}{4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX_i} \right), \quad (2.44)$$

onde $T_0 = T_{01} \sqrt{(r_s / r)}$ é a temperatura média do satélite para uma distância r da fonte de energia e T_{01} é a temperatura média para uma distância r_s em que a radiância correspondente I_{01} é conhecida. As quantidades X e Y são importantes porque grande parte do comportamento pouco comum do ângulo de atraso, da força térmica, da variação secular do semi-eixo maior, e assim por diante, pode ser explicado através da análise do comportamento de X e Y . Podemos expandir a equação (2.20) em série

$$X_i + iY_i = \frac{1}{R_s} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (K_i R_s)^{2n}. \quad (2.45)$$

O termo $1/R_s$ irá dominar o comportamento de X para pequenos valores de raio e irá levar a um decréscimo significativo do ângulo de atraso, que depende de forma crucial da relação Y/X .

2.3 MODELO CILÍNDRICO

Para o satélite GPS torna-se necessária uma modelagem que aproxime o formato complexo do corpo do satélite a uma forma geométrica simples que possibilite e facilite o

trabalho de modelagem térmica sem perdas significativas na acurácia e na análise física dos resultados obtidos com o modelo escolhido.

O modelo cilíndrico, apresentado a seguir, assume que a distribuição de temperaturas num dado anel do cilindro de raio R_{cil} é semelhante a distribuição de temperaturas na esfera de raio $R_{esf} = R_{cil}$ para os pontos em que a colatitude $\theta = \pi/2$. Este modelo repete todas as considerações e aproximações do modelo esférico, porém com uma diferença fundamental, é aplicado a uma superfície cilíndrica.

2.3.1 Distribuição de Temperaturas na Superfície

Considere um cilindro de raio $R_{cil} = R$ cujo eixo de simetria coincide com o eixo de rotação, e é perpendicular à direção de incidência da radiação (*Peterson*, 1976) conforme a Figura (2.4). A Equação (2.29) que fornece a expressão geométrica para a variação da radiância, ΔI , na esfera, transforma-se em

$$\Delta I\left(\frac{\pi}{2}, \phi, t\right) = n_f I_0 \cos(\phi - \phi'), \quad (2.46)$$

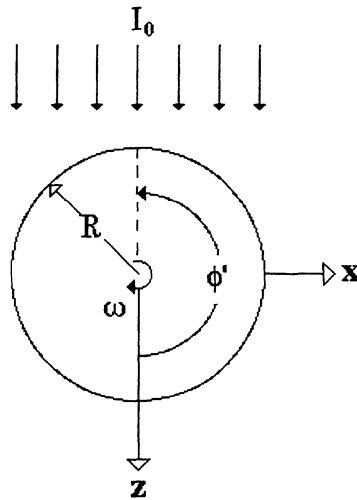
quando, $\theta = \pi/2$. Sendo que, a equação para a variação da radiância obtida pelo modelo esférico (Equação 2.30) apresentada no item (2.2.1), neste caso, é dada por

$$\Delta I\left(\frac{\pi}{2}, \phi, t\right) = I_0 f_{1,1} \cos(\phi - \nu), \quad (2.47)$$

ou seja, dentro desta aproximação cilíndrica a radiância será função apenas das coordenadas ϕ e ϕ' do ponto na superfície do satélite e da fonte de energia, respectivamente.

Supondo que, para uma dada fonte de energia térmica, os raios incidentes são paralelos e a variação da radiância I será a mesma para todos os pontos ao longo da direção y do cilindro, ou seja, a radiância da fonte num determinado ponto da superfície cilíndrica depende apenas da longitude ϕ do ponto considerado.

FIGURA 2.4 – PLANO XZ DE UM CILINDRO DE RAIOS R COM FREQUÊNCIA ANGULAR DE ROTAÇÃO ω NO SISTEMA (x,y,z) - GPS



A expressão final para a temperatura na superfície do satélite cilíndrico, homogêneo, aquecido por uma fonte de energia radiante é obtida ao substituir-se em (2.33) a condição $\theta = \pi/2$ e lembrando que para o satélite GPS a incidência dos raios solares é perpendicular a direção do eixo y , ou seja, $\theta = \pi/2$, obtém-se

$$T(R, \pi/2, \phi, t) = T_0 + n_f \frac{\alpha I_0 e^{-i(\pi-\delta)}}{(4\varepsilon\sigma T_0^3 + kX)(1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}} e^{i\phi}. \quad (2.48)$$

A Figura (2.4) mostra uma seção circular do cilindro de raio R que possui rotação com frequência angular ω , e cuja longitude, ϕ , do Sol é contada a partir do eixo z (GPS), o eixo ao longo das antenas.

2.3.2 Força Térmica Resultante

A força de re-emissão térmica resultante é obtida através da integração de todos os elementos de força $d\mathbf{F}$ distribuídos na superfície cilíndrica do satélite

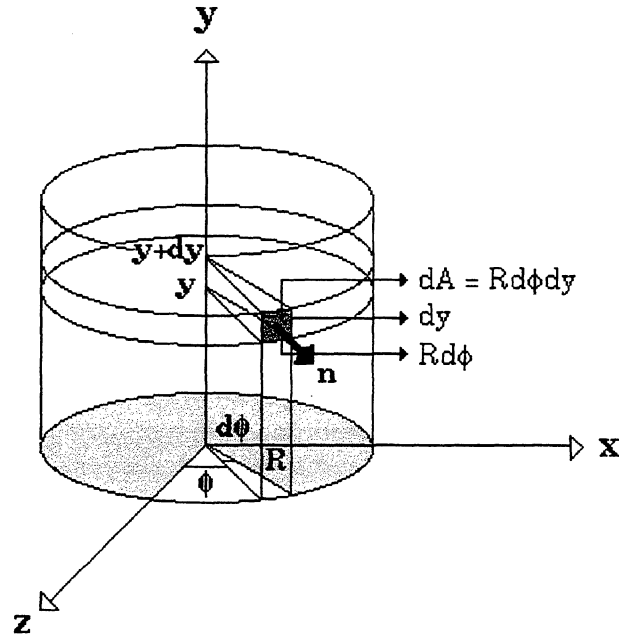
$$\mathbf{F} = \int_{A_{\text{cilindro}}} d\mathbf{F}, \quad (2.49)$$

$$\mathbf{F} = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3c} \int_{A_{\text{cilindro}}} T^4 dA \mathbf{n}, \quad (2.50)$$

onde $dA = R d\phi dy$ é o elemento de área e $\mathbf{n} = \sin\phi \mathbf{x} + \cos\phi \mathbf{z}$ o versor normal a superfície.

A Figura (2.5) mostra o formato cilíndrico associado ao corpo do satélite GPS de acordo com o modelo Plano-Cilíndrico proposto neste trabalho. O eixo z aponta em direção a Terra; o eixo y é o eixo de rotação e o eixo x completa o triedro positivo.

A longitude ϕ é contada a partir do eixo z que corresponde ao eixo x no modelo esférico. A colatitude θ é contada a partir do eixo y , que corresponde ao eixo z no modelo esférico, e é igual a $\pi/2$ uma vez que o controle da atitude do satélite GPS permite manter o Sol no plano de simetria deste, e o eixo y perpendicular ao plano Terra-Sol-Satélite.

FIGURA 2.5 – ELEMENTO DE ÁREA EM COORDENADAS CILÍNDRICAS – GPS

Utilizando a expressão aproximada para T^4 dada pela Equação (2.6) e lembrando que a expressão final para a força deve ter uma representação real obtém-se

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4} A_1^* [\sin(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{x} + \cos(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{z}], \quad (2.51)$$

$$A_1^* = - \frac{(2\pi) \alpha I_0 R h}{3c \left(1 + \frac{kX_i}{4\varepsilon\sigma T_0^3} \right) \left(1 + \xi_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.52)$$

onde o asterisco é utilizado apenas para diferenciar os valores de A_1 obtidos para os modelos esférico e cilíndrico, R é o raio e h é a altura do cilindro.

2.4 MODELO PLANO

Para os painéis do satélite GPS a força de re-emissão térmica é obtida através da integração dos elementos de força, que atuam em cada ponto de sua superfície, sobre toda área do painel (anterior e posterior)

$$\mathbf{F} = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3c} \int_{A_{\text{Painel}}} T^4 dA \mathbf{n}. \quad (2.53)$$

Considerando que a temperatura num dado lado do painel (frontal ou posterior) é igual em todos os pontos, a equação (2.53) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{F} = \frac{-2\varepsilon\sigma}{3c} \left\{ \left[T_F^4 \int_{A_{\text{Frontal}}} dA \right] \mathbf{n}_{\oplus} + \left[T_P^4 \int_{A_{\text{Posterior}}} dA \right] (-\mathbf{n}_{\oplus}) \right\}, \quad (2.54)$$

$$\mathbf{F} = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3c} \Delta T^4 A_2 \mathbf{n}_{\ominus}, \quad (2.55)$$

onde,

ε emissividade na superfície do painel

T temperatura

ΔT diferença de temperatura entre o lado frontal e posterior do painel

dA elemento de área

$d\mathbf{F}$ elemento de força associado a dA

A_2 área do painel (anterior ou posterior)

\mathbf{n} versor normal ao elemento de área dA

\mathbf{n}_{\ominus} versor que aponta do satélite para o Sol

O lado frontal é o lado iluminado pelo Sol e o lado posterior é o lado que se encontra na sombra. T_F e T_P são as temperaturas frontal e posterior, respectivamente, com $\mathbf{n} = \mathbf{n}_{\oplus}$ para o lado iluminado e $\mathbf{n} = -\mathbf{n}_{\oplus}$ para o lado no escuro.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DA MODELAGEM ESFÉRICA: LAGEOS

3.1 INTRODUÇÃO

O LAGEOS I (*LASER Geodynamics Satellite*) foi um dos primeiros satélites artificiais, desenvolvido exclusivamente para medições geodinâmicas utilizando técnicas de determinação de distâncias via LASER (*Smith et al.*, 1985). Lançado em 4 de Maio de 1976 pela NASA, tem sido continuamente rastreado pelas estações de base cuja operação é realizada pelo Goddard Space Flight Center em Greenbelt, Md. Um segundo satélite, o LAGEOS II, foi construído pela Agência Espacial Italiana e lançado em 1992. Estes satélites, projetados para se deslocarem ao longo de órbitas bem conhecidas e extremamente estáveis, são completamente passivos. Sua única função é refletir os pulsos de LASER, que chegam em sua direção, de volta para a Terra. Atualmente, como resultado do esforço conjunto da França, Alemanha, Inglaterra, Itália, Espanha e Estados Unidos está em andamento o projeto LAGEOS III o qual deverá possibilitar, medições inéditas do momento gravitacional de dipolo magnético da Terra (gravito-magnetismo) predito pela teoria da relatividade geral de Einstein (*NASA.Geodynamics.Satellites*, 2.000).

Quando o satélite LAGEOS I foi lançado um decaimento orbital residual não esperado, e ainda não modelado na época, tornou-se evidente. O efeito noite-dia (Yarkovsky ou efeito diurno) foi levado em consideração, mas devido à alta taxa de rotação do satélite, não foi possível explicar os resíduos orbitais observados. Neste caso, o período de rotação era menor do que o tempo característico da inércia térmica do satélite, de tal forma, que a assimetria térmica noite-dia era muito pequena (*Afonso et al.*, 1989). No entanto, a assimetria térmica associada com o movimento orbital do satélite resulta em uma força ao longo do eixo de rotação conhecida como efeito inverno-verão (efeito sazonal). Este efeito não depende da rotação do satélite e pôde explicar, na época, a maior parte dos resíduos observados. Ambos os efeitos, noite-dia e inverno-verão são consequência do mesmo mecanismo físico: um “impulso fotônico” gerado por uma emissão de fótons numa direção preferencial devida a assimetria da distribuição de temperaturas na superfície do satélite.

O formato esférico do satélite LAGEOS, assim como, os parâmetros associados a sua órbita, foram escolhidos de forma a minimizar a maioria das perturbações (*Afonso et al.*, 1980, 1985, 1989) que afetam os satélites artificiais. Isto permitiu uma precisão, no rastreamento à LASER e nas técnicas de redução de dados tão grande, que até os efeitos mais sutis puderam ser observados. Os sistemas de rastreamento a LASER, existentes na época, e as técnicas de análise de dados permitiam a determinação das coordenadas da estação com uma precisão na ordem do metro. Utilizando processos especiais com o objetivo de remover os erros sistemáticos mais comuns, em observações realizadas em dois pontos separados por muitas centenas de quilômetros, foi possível reduzir a incerteza nas variações de comprimento da linha de base, à ordem do decímetro e a seguir para poucos centímetros.

Embora, a órbita do LAGEOS seja modelada com extrema acurácia, após a subtração de todas as forças conhecidas atuando no satélite, tais como o geopotencial, a atração gravitacional do Sol e da Lua, pressão da radiação solar direta, etc., resta ainda, uma aceleração transversal residual a ser explicada (*Scharroo et al.*, 1991, *Rubincam* 1988,1990). Esta aceleração, cujo valor médio é de $3.3 \times 10^{-12} \text{ m s}^{-2}$, é o tema deste trabalho.

3.2 O EFEITO PERTURBADOR DA RE-EMIÇÃO DE RADIAÇÃO

O efeito perturbador da re-emissão de radiação térmica ocorre devido ao aparecimento de uma aceleração de origem térmica que irá perturbar o movimento orbital do satélite. Esta aceleração de origem térmica deve ser analisada, inicialmente, em termos de suas componentes ao longo das direções x , y e z do referencial cartesiano com origem no centro de gravidade do LAGEOS e com eixo z ao longo do eixo de rotação.

3.2.1 Componentes vetoriais x , y e z das acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão

Dividindo a equação (2.39) pela massa do satélite esférico ($M_s = \frac{4}{3}\pi\rho R_s^3$) obtem-se a aceleração do satélite devida à força de re-emissão térmica total, dada por

$$\mathbf{a} = n_f \{ B_1 \sin(\theta' - \delta_2) [\cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{i} + \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{j}] + B_2 \cos(\theta' - \delta_2) \mathbf{k} \}, \quad (3.1)$$

ou seja,

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}, \quad (3.2)$$

onde, o coeficiente B_i é dado por

$$B_i = \frac{-2\alpha I_0}{3c\rho R_s \left(1 + \frac{kX_i}{4\varepsilon\sigma T_0^3} \right) (1 + \xi_i^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.3)$$

e, onde $i = 1, 2$. A aceleração $\mathbf{a}_{xy} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$ está associada com o efeito noite-dia e a aceleração $\mathbf{a}_z = a_z \mathbf{k}$ com o efeito inverno-verão. Portanto, $B_i = B_1$ para a aceleração

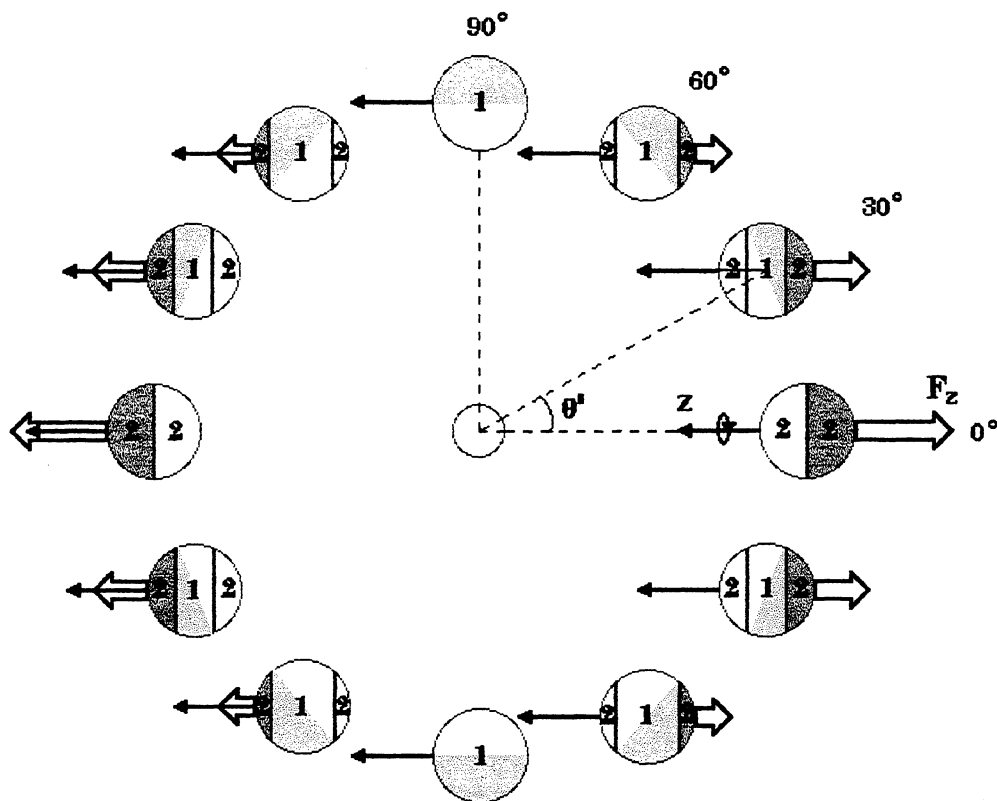
noite-dia, e neste caso, a frequência utilizada para o cálculo de B_1 é ν_1 (rotação). Para a aceleração inverno-verão, $B_1 = B_2$ e a frequência utilizada é ν_2 (translação).

3.2.1.1 Componentes vetoriais x , y e z das acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão no Plano

Quando o eixo z encontra-se no plano orbital tem-se: $\phi' = \nu_1 t$, $\theta' = \nu_2 t$ e, portanto

$$\mathbf{a} = n_f \{ B_1 \sin(\nu_2 t - \delta_2) [\cos(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{i} + \sin(\nu_1 t - \delta_1) \mathbf{j}] + B_2 \cos(\nu_2 t - \delta_2) \mathbf{k} \}. \quad (3.4)$$

FIGURA 3.1 – VARIAÇÃO CÍCLICA DOS EFEITOS NOITE-DIA (1) E INVERNO-VERÃO (2)



A Figura (3.1) mostra esquematicamente, um satélite esférico com rotação em torno do eixo z , que se encontra contido no plano orbital da fonte de energia radiante. Pode-se identificar duas regiões fundamentais na superfície do satélite: (1) todos os pontos são periodicamente iluminados e, portanto, há uma alternância entre dia e noite, mas a duração do dia (período iluminado) depende da colatitude do ponto considerado. Têm-se, então, os dois efeitos: noite-dia e inverno-verão, pois a distribuição de temperaturas é irregular (anisotrópica) não apenas no sentido equatorial (xy), mas também, ao longo do eixo z ; (2) nesta região não há alternância entre dia e noite, e a distribuição de temperaturas é irregular apenas no sentido do eixo z . Tem-se noite (inverno) ou dia (verão); A área coberta por (1) e (2) sofre variações à medida que o satélite se desloca ao longo de sua trajetória, aumentando ou diminuindo as intensidades dos efeitos noite-dia e inverno-verão. Quando a colatitude da fonte de energia é zero ou π a força de re-emissão térmica possui apenas a componente F_z , ou seja, $F_{xy} = 0$. O efeito inverno-verão é máximo e o efeito noite-dia se anula. Quando $\theta = \pi/2$ ou $3\pi/2$ a situação é oposta: a força de re-emissão térmica possui apenas a componente F_{xy} , ou seja, $F_z = 0$. Neste caso, o efeito noite-dia é máximo e o efeito inverno-verão se anula. Para ângulos intermediários, obtêm-se ambos os efeitos, com as respectivas magnitudes dependendo do valor da colatitude θ' da fonte de energia.

3.2.2 Componentes vetoriais R , S e W das acelerações Noite-Dia e Inverno-Verão

As acelerações radial, transversal e normal podem ser obtidas expressando-se \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} em função dos versores \mathbf{r} , \mathbf{s} e \mathbf{w} . A relação entre os dois sistemas de referência centrados no satélite: (xyz) e (rsw) é obtida no Apêndice 2. A aceleração noite-dia da pode ser expressa em função de seu módulo a_{xy} e do seno e cosseno da quantidade $(\omega t - \delta_1)$ que determina a direção da aceleração no plano xy

$$\mathbf{a}_{xy} = a_{xy} [\cos(\omega t - \delta_1) \mathbf{i} - \sin(\omega t - \delta_1) \mathbf{j}], \quad (3.5)$$

onde ω é a frequência angular do movimento de rotação em torno do eixo z .

$$a_{xy} = \frac{1}{2(1 + \sin^2 \theta')} B_1 \sin(\theta' - \delta_2). \quad (3.6)$$

Da mesma forma, a aceleração inverno-verão pode ser reescrita em função de seu módulo e direção

$$\mathbf{a}_z = a_z \mathbf{k}, \quad (3.7)$$

$$a_z = \frac{1}{2(1 + \sin^2 \theta')} B_2 \cos(\theta' - \delta_2). \quad (3.8)$$

Substituindo os versores \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} pelas relações obtidas no Apêndice 2 e dadas a seguir

$$\mathbf{i} = (\sin nt \sin \omega t - \cos nt \sin \vartheta \cos \omega t) \mathbf{r} + (\cos nt \sin \omega t + \sin nt \sin \vartheta \cos \omega t) \mathbf{s} + (-\cos \vartheta \cos \omega t) \mathbf{w} \quad (3.9a)$$

$$\mathbf{j} = (-\sin nt \cos \omega t - \cos nt \sin \vartheta \sin \omega t) \mathbf{r} + (\sin nt \sin \vartheta \sin \omega t - \cos nt \cos \omega t) \mathbf{s} + (-\cos \vartheta \sin \omega t) \mathbf{w} \quad (3.9b)$$

$$\mathbf{k} = (-\cos nt \cos \vartheta) \mathbf{r} + (\sin nt \cos \vartheta) \mathbf{s} + (\sin \vartheta) \mathbf{w}, \quad (3.9c)$$

obtem-se as acelerações radial, \mathbf{R}_{xy} , transversal, \mathbf{S}_{xy} , e normal, \mathbf{W}_{xy} , que compõe a aceleração noite-dia \mathbf{a}_{xy}

$$\mathbf{R}_{xy} = a_{xy} (\sin nt \sin \delta_1 - \cos nt \cos \delta_1 \sin \vartheta) \mathbf{r}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{S}_{xy} = a_{xy} (\cos nt \sin \delta_1 + \sin nt \cos \delta_1 \sin \vartheta) \mathbf{s}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{W}_{xy} = a_{xy}(-\cos \delta_1 \cos \vartheta) \mathbf{w}, \quad (3.12)$$

e

$$\mathbf{R}_z = -a_z(\cos nt \cos \vartheta) \mathbf{r}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{S}_z = a_z(\sin nt \cos \vartheta) \mathbf{s}, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{W}_z = a_z(\sin \vartheta) \mathbf{w}, \quad (3.15)$$

para a aceleração inverno-verão \mathbf{a}_z .

3.2.2.1 Eixo de Rotação Perpendicular ao Plano Orbital

Quando o eixo de rotação z é perpendicular ao plano orbital, ou seja, $\vartheta = \pi/2$, a colatitude da fonte de energia ($\theta = \pi/2$) é constante ao longo de um período orbital. As equações (3.9a), (3.9b) e (3.9c) reduzem-se a:

$$\mathbf{i} = (\sin nt \sin \omega t - \cos nt \cos \omega t) \mathbf{r} + (\cos nt \sin \omega t + \sin nt \cos \omega t) \mathbf{s}, \quad (3.16a)$$

$$\mathbf{j} = (-\sin nt \cos \omega t - \cos nt \sin \omega t) \mathbf{r} + (-\cos nt \cos \omega t + \sin nt \sin \omega t) \mathbf{s}, \quad (3.16b)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{w}. \quad (3.16c)$$

Note que, quando $\omega = n$, tem-se $\mathbf{i} = -\mathbf{w}$, $\mathbf{j} = -\mathbf{s}$ e $\mathbf{k} = -\mathbf{r}$ que correspondem as condições iniciais ($t = 0$) quando $\vartheta = \pi/2$. Apesar dos movimentos de rotação e orbital as coordenadas da fonte de energia permanecerão constantes e o satélite terá

distribuição de temperaturas idêntica ao caso em que $\omega = n = 0$, ou seja, satélite em repouso e sem rotação, quando a fonte deverá iluminar sempre a mesma face.

As acelerações radial, transversal e normal da aceleração noite-dia, neste caso, são dadas por

$$\mathbf{S}_{xy} = a_{xy} \cos(nt - \delta_1) \mathbf{s}, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{R}_{xy} = a_{xy} \sin(nt - \delta_1) \mathbf{r}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{W}_{xy} = 0, \quad (3.19)$$

e

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{S}_z = \mathbf{W}_z = 0, \quad (3.20)$$

para a aceleração inverno-verão, pois quando $\theta' = \frac{\pi}{2}$, tem-se que $\delta_2 = 0$ e $\cos \theta = 0$.

3.2.2.2 Eixo de Rotação Paralelo ao Plano Orbital

De forma semelhante, quando o eixo de rotação é paralelo ao plano orbital, ou seja, está contido no plano orbital, $\vartheta = 0$, e tem-se

$$\mathbf{i} = (\sin nt \sin \omega t) \mathbf{r} + (\cos nt \sin \omega t) \mathbf{s} + (-\cos \omega t) \mathbf{w} \quad (3.21a)$$

$$\mathbf{j} = (-\sin nt \cos \omega t) \mathbf{r} + (-\cos nt \cos \omega t) \mathbf{s} + (-\sin \omega t) \mathbf{w} \quad (3.21b)$$

$$\mathbf{k} = (-\cos nt) \mathbf{r} + (\sin nt) \mathbf{s}, \quad (3.21c)$$

que resulta em

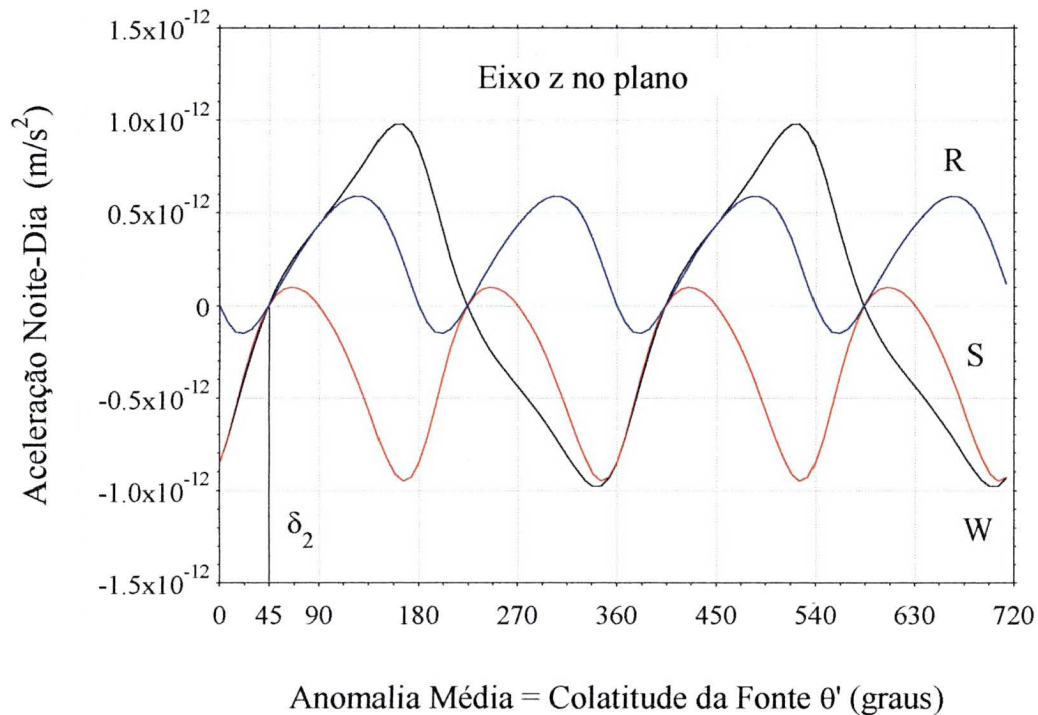
$$\mathbf{R}_{xy} = a_{xy} (\sin nt \sin \delta_1) \mathbf{r}, \quad (3.22)$$

$$S_{xy} = a_{xy} (\cos nt \sin \delta_1) s, \quad (3.23)$$

$$W_{xy} = -a_{xy} (\sin \delta_1) w, \quad (3.24)$$

para a aceleração noite-dia.

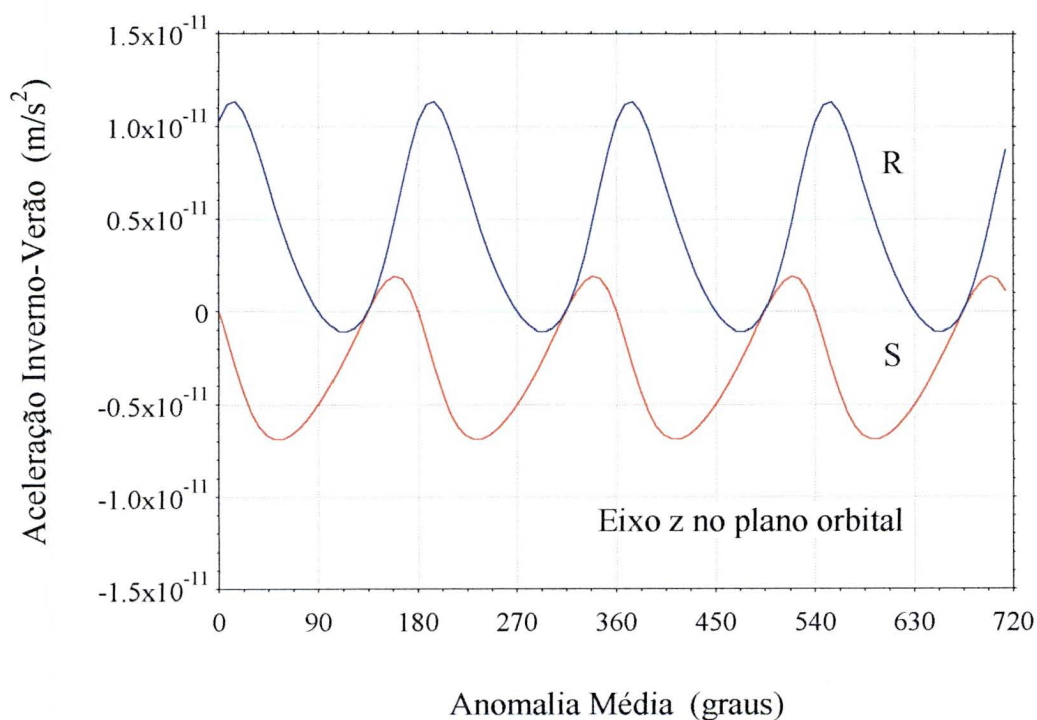
FIGURA 3.2– COMPONENTES RADIAL, TRANSVERSAL E NORMAL DA ACELERAÇÃO NOITE-DIA



Levando em consideração apenas a contribuição da Terra como fonte de calor, cuja radiância é de aproximadamente $62,55 \text{ W m}^{-2}$ para uma altitude igual a 6 000 km, são apresentados na Figura (3.2) os resultados obtidos através das Equações (3.22), (3.23) e (3.24), onde são utilizadas as constantes relacionadas na Tabela 3.2. A Figura (3.2) mostra o comportamento das componentes Radial, Transversal e Normal da aceleração noite-dia durante duas revoluções sucessivas do satélite; como o eixo de rotação encontra-se no plano orbital e a órbita é quase-circular os ângulos na abcissa

representam corretamente não somente a anomalia média M , mas também a colatitude θ' da Terra. O ângulo de atraso δ_2 é aproximadamente igual a 45 graus e é responsável pelo deslocamento dos zeros das componentes da aceleração noite-dia. A aceleração noite-dia, e conseqüentemente suas componentes, se anula nos pontos onde o efeito inverno-verão é máximo ($0^\circ + \delta_2$, $180^\circ + \delta_2$, $360^\circ + \delta_2$, etc.). A análise do gráfico mostra que a aceleração radial R deverá ser positiva em média, embora apresente pontos de mínimo negativos, que surgem como conseqüência do ângulo de atraso δ_2 . Se não existisse a inércia térmica, ou seja, $\delta_1 = \delta_2 = 0$, os pontos de mínimo seriam iguais a zero e R seria sempre positiva.

FIGURA 3.3– COMPONENTES RADIAL E TRANSVERSAL DA ACELERAÇÃO INVERNO-VERÃO



A aceleração transversal S é negativa (efeito dissipativo) em média e a aceleração normal W possui média nula para um período orbital. Mais uma vez, é possível observar como os ângulos de atraso alteram o formato da curva, diminuindo significativamente o tempo em que S permanece positiva durante um período orbital.

Para o efeito noite-dia, no entanto, cabe lembrar, que o sentido da rotação do satélite em relação ao seu movimento orbital ($+\omega$ ou $-\omega$) altera o sinal de δ_1 e do módulo da força noite-dia invertendo as curvas R e S da Figura (3.2), porém mantendo W inalterado, uma vez que este é função de $\sin \delta_1$ e há cancelamento de sinais.

Para a aceleração inverno-verão obtêm-se as seguintes relações

$$\mathbf{R}_z = -a_z(\cos nt)\mathbf{r}, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{S}_z = a_z(\sin nt)\mathbf{s}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{W}_z = 0. \quad (3.27)$$

Novamente, considerando a Terra como fonte de calor, é possível realizar uma análise das Equações (3.25), (3.26) e (3.27). A Figura (3.3) mostra o comportamento das acelerações radial e transversal ao longo de dois períodos orbitais. A aceleração transversal inverno-verão é predominantemente negativa e possui valores máximos e mínimos na ordem de 10^{-11} m/s^2 . É aproximadamente dez vezes maior que a aceleração transversal noite-dia, cujos valores de máximo e mínimo estão na ordem de 10^{-12} m/s^2 . A aceleração normal é sempre zero, pois o eixo de rotação encontra-se no plano orbital. Os pontos onde as acelerações radial e transversal se anulam (90° , 270° , 450° , ...etc.) estão deslocados devido ao ângulo de atraso δ_2 .

Para o efeito inverno-verão o sentido da rotação do satélite não afeta os resultados, de tal forma, que S será sempre negativa em média e este resultado se deve apenas ao ângulo δ_2 que faz com que a resposta a uma determinada configuração de distribuição de temperaturas se dê apenas, após um certo lapso de tempo, quando o satélite já se deslocou ao longo de sua órbita e as relações entre seu sistema (xyz) e o sistema (rsw) tenham sofrido alterações. Além disso, quanto menor o valor de δ_2 menor será a diferença entre a parte positiva da curva S e a parte negativa, sendo que

para o caso limite em que este ângulo é nulo (sem inércia térmica) tem-se que S médio é nulo.

3.2.3 Fontes de Energia Térmica: Terra & Sol

A análise completa das perturbações de origem térmica deve incluir o aquecimento na superfície do satélite-teste devido a absorção de energia radiante proveniente do Sol (*Farinella & Vokrouhliky*, 1996). Neste caso, $P'(\theta', \phi')$ representa as coordenadas do Sol no sistema de referência (x, y, z) fixo no LAGEOS. Além da colatitude θ' e longitude ϕ' , é necessário determinar como essas coordenadas variam no tempo. A colatitude do Sol em relação ao eixo de rotação do LAGEOS é dada pela relação a seguir

$$\theta' = \arccos(\mathbf{n}_{\oplus} \cdot \mathbf{k}), \quad (3.28)$$

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{x} + k_y \mathbf{y} + k_z \mathbf{z}, \quad (3.29)$$

onde \mathbf{n}_{\oplus} é o versor que aponta do satélite em direção ao Sol e \mathbf{k} é o versor na direção do eixo de rotação em um sistema de referência inercial (XYZ) com os respectivos versores \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} . A inclinação, ϑ_{Sol} , do eixo z em relação a eclíptica é dada pelo valor mínimo da colatitude para um período orbital do satélite em torno do Sol desde que \mathbf{n}_{\oplus} esteja orientado ao longo do plano orbital da Terra. Para o caso do LAGEOS isto não ocorre e \mathbf{n}_{\oplus} deverá ser substituído por \mathbf{r}_S , o versor-posição do Sol

$$\vartheta_{Sol} = \min[\arccos(\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{k})], \quad (3.30)$$

No entanto, quando a fonte de energia térmica considerada é a Terra a colatitude da fonte é dada pela expressão seguinte

$$\theta' = \arccos(-\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}), \quad (3.31)$$

$$\mathbf{r} = X\mathbf{x} + Y\mathbf{y} + Z\mathbf{z}, \quad (3.32)$$

onde \mathbf{r} é o versor-posição do satélite no sistema inercial. A inclinação, \mathcal{I} , do eixo z em relação ao plano orbital é dada pelo valor mínimo da colatitude para um período orbital em torno da Terra

$$\mathcal{I} = \min[\arccos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k})]. \quad (3.33)$$

No entanto, com o objetivo de possibilitar uma análise independente do conhecimento das coordenadas do satélite e da fonte de energia utiliza-se a seguinte expressão

$$\theta' = nt + \mathcal{I} \cos nt, \quad (3.34)$$

onde a colatitude da fonte depende apenas do movimento angular médio e da inclinação do eixo de rotação em relação ao plano orbital do satélite.

3.2.4 Análise do Comportamento Periódico da Aceleração de Re-emissão Térmica

Quando o eixo de rotação encontra-se no plano as acelerações, radial, transversal e normal da re-emissão térmica, possuem um comportamento periódico simples conforme foi visto nas Figuras (3.2) e (3.3). Porém quando o ângulo de inclinação \mathcal{I} é diferente de zero o comportamento da re-emissão térmica irá apresentar características periódicas compostas pela adição, subtração e multiplicação das

diversas senóides que compõe as acelerações R , S e W dadas pelas Equações (3.10), (3.11) e (3.12) para o efeito noite-dia e (3.13), (3.14) e (3.15) para o efeito inverno-verão. As Figuras (3.4 a) e (3.4 b) mostram as acelerações R , S e W para os efeitos inverno-verão e noite-dia, respectivamente, supondo, um ângulo de inclinação pequeno, $\vartheta = 20^\circ$, que mantém o eixo de rotação próximo ao plano. Na Figura (3.4 a) observa-se que a aceleração W possui um valor constante ao longo do período, aproximadamente, igual a $5 \times 10^{-12} \text{ m/s}^2$. Porém o valor de W cresce de zero a $W_{\text{máx}}$ (que depende de δ_2) e depois decresce até zero, para valores de ϑ variando de 0° a 90° . As acelerações R e S tem comportamento semelhante ao caso em que $\vartheta = 0$, sendo pouco sensível a variação da ordem de grandeza dessas acelerações. Cabe aqui, talvez a seguinte pergunta: Porque a aceleração radial alcança valores absolutos maiores do que a aceleração transversal? A resposta está na combinação da alternância periódica entre as acelerações noite-dia e inverno-verão e da alternância entre as acelerações radial e transversal ao longo de um período orbital. A aceleração R inverno-verão começa a crescer por dois motivos: (1) o efeito inverno-verão está crescendo em direção a seu máximo quando, o noite-dia é mínimo; (2) a aceleração transversal perde peso para a aceleração radial, ou seja, S tende a zero e R tende a seu máximo. Para R tem-se que (1) e (2) ocorrem simultaneamente. Para a aceleração S inverno-verão é o contrário, quando o efeito ganha força a aceleração S perde força para a aceleração R e vice-versa.

Para o efeito noite-dia, no entanto, a Figura (3.4 b) mostra um comportamento diferente do esperado pela análise da Figura (3.2). Espera-se que a medida que o eixo de rotação s

e afaste do plano e tenda para $\pi/2$ a intensidade das acelerações R , S e W cresça, mantendo o desenvolvimento padrão visto para $\vartheta = 0$, porém isto não ocorre. A aceleração normal mantém média nula para o período, porém a aceleração radial antes claramente positiva passa a ter média negativa, e a aceleração transversal mantém a média negativa apenas para o primeiro período, transformando-se em positiva no segundo período. O efeito noite-dia em geral, é dito dissipativo quando o sentido da rotação é contrário ao sentido da translação, $-a_{xy}$, pois neste caso, a força noite-dia

atua na direção contrária ao movimento e o satélite perde velocidade; e antidissipativo, quando o sentido da rotação é igual ao sentido da translação, $+a_{xy}$, pois neste caso a força noite-dia atua a favor do movimento e o satélite ganha velocidade. No entanto, na Figura (3.4 b) observa-se que, quando o eixo z está fora do plano o efeito noite-dia pode alternar características dissipativas ou antidissipativas não sendo mais tão importante o sentido da rotação.

As Figuras (3.5 a) e (3.5 b) procuram mostrar o comportamento da aceleração transversal inverno-verão e noite-dia para inclinações maiores do que 20° . Foram escolhidos os seguintes valores para comparação $\vartheta = 0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90° . Na Figura (3.5 a) observa-se que a medida que o ângulo de inclinação se aproxima de 90° a aceleração transversal inverno-verão tende a zero com comportamento oscilatório padrão como mostrado nas figuras anteriores. O único resultado inesperado é o fato de que os maiores picos negativos são encontrados em $\vartheta = 20^\circ$, ao invés de, $\vartheta = 0^\circ$ quando o efeito inverno-verão é mais significativo. Porém, na Figura (3.5 b) a situação é diferente. A aceleração noite-dia transversal apresenta comportamento periódico diferente para cada uma das inclinações consideradas e para $\vartheta = 90^\circ$, quando o efeito noite-dia é máximo, a menor amplitude para S .

Um intervalo de tempo igual a dois períodos orbitais, neste caso, não é capaz de fornecer uma boa visão do comportamento periódico dessas acelerações. Para entender melhor o comportamento da aceleração noite-dia o período de estudo foi ampliado para dez períodos orbitais e cada uma das inclinações foi tratada separadamente, como mostra a Figura (3.6). O comportamento periódico dessas acelerações está agora bem definido e mostra que embora a periodicidade seja maior do que um ciclo, para algumas inclinações, $\vartheta = 20^\circ, 45^\circ$ e 90° por exemplo, o valor médio da aceleração tende a zero. Porém, para $\vartheta = 60^\circ$ este cancelamento não é claro e para $\vartheta = 0^\circ$ ele definitivamente não ocorre e a aceleração transversal noite-dia é negativa na média.

Porém, como o LAGEOS irá sentir os dois efeitos simultaneamente, a seguir, nas Figuras (3.7) e (3.8) são apresentados os resultados para a aceleração radial, transversal e normal total. Observa-se que devido a pequena ordem de grandeza das

acelerações noite-dia comparadas com as acelerações inverno-verão, o comportamento das acelerações totais é dominado pelo efeito inverno-verão.

Todas as análises apresentadas nas figuras (3.2), (3.3), (3.4a), (3.4b), (3.5a), (3.5b), (3.6), (3.7), e (3.8) foram realizadas considerando-se a Terra como única fonte de energia térmica. Torna-se necessário, realizar agora a análise do comportamento dessas acelerações tendo o Sol como fonte de calor. Como o período mínimo para uma análise dessas é de um ciclo, a análise da aceleração deverá se estender por um período de doze meses, ou seja, um ano. Além disso, um estudo puramente analítico como o que se realizou até agora, não dispõe das posições exatas do satélite e do Sol em cada momento, portanto será necessário o uso de uma relação que forneça a inclinação, ϑ_{Sol} , do eixo de rotação em relação a eclíptica como função da inclinação, ϑ , em relação ao plano orbital do satélite

$$\vartheta_{Sol} = \vartheta + I_L + I_E, \quad (3.35)$$

onde I_L é a inclinação orbital do LAGEOS e I_E é a inclinação da eclíptica.

A seguir, na Figura (3.9) é apresentada a aceleração inverno-verão transversal tendo o Sol como fonte de aquecimento. Considera-se cinco diferentes valores de inclinação do eixo de rotação em relação ao plano orbital: $\vartheta = 0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90° e a inclinação correspondente em relação a eclíptica dada pela Equação (3.34): $\vartheta_{Sol} = 87^\circ, 73^\circ, 48^\circ, 33^\circ$ e 03° . Observa-se que o comportamento da aceleração apresenta diferenças significativas para as diferentes posições do eixo de rotação. O valor máximo alcançado no período de um ano é de $6 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, aproximadamente, porém a aceleração oscila em torno do zero de forma que a longo prazo há um cancelamento do efeito no satélite. A Figura (3.10) repete a análise, porém desta vez, para a aceleração transversal noite-dia e observa-se que o comportamento oscilatório neste caso é mais comportado, sem picos de máximo e mínimo muito grandes, alcançando um valor máximo de $2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, aproximadamente, que representa 33 % da aceleração inverno-verão máxima.

A Figura (3.11) mostra a aceleração térmica total ao longo de um ano. O satélite LAGEOS cujo eixo de rotação estiver na faixa de inclinação de 45° a 60° deverá sofrer

perturbações residuais maiores do que nos outros casos. A configuração mais estável ocorre para $\vartheta = 0^\circ$, $\vartheta_{\text{Sol}} = 87^\circ$, quando o máximo da aceleração cai para $1 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$.

Satélites cuja órbita deve ser conhecida com acurácia necessitam de uma modelagem térmica capaz de prever as oscilações das forças de perturbação de origem térmica não só para períodos curtos (algumas horas), mas também, para períodos longos (anos).

O satélite LAGEOS I foi lançado em maio de 1976. São, portanto, mais de 24 anos em órbita sob os efeitos da re-emissão térmica. Da comparação da aceleração transversal para um período de aproximadamente 8 horas (duas voltas em torno da Terra) com o período de doze meses, observa-se que uma análise da situação de um satélite em órbita 24 anos deve ser da ordem desse tempo. Além disso, a análise completa deve levar em consideração simultaneamente, os dois efeitos (noite-dia e inverno-verão) e as duas fontes térmicas (Sol e Terra).

A Figura (3.12) apresenta a aceleração térmica total para um período que vai de 1976 até 2000. Para esta análise foram consideradas todas as constantes relacionadas na Tabela 3.1, com exceção da constante de absorvidade, emissividade, temperatura média e radiância média. Foram utilizados os seguintes valores (*Slabinski*, 1996): $\alpha = 0,30$ (duas vezes maior que o valor dado por Slabinski, $\alpha = 0,15$, $\varepsilon = 0,81$, com $T_0 = 307 \text{ K}$, $I_0 = 1370 \text{ W m}^{-2}$ para o aquecimento solar e $T_0 = 144 \text{ K}$, $I_0 = 65,6 \text{ W m}^{-2}$ para a Terra).

Observe em (3.12) como os pontos onde as amplitudes apresentam picos de máximos e mínimo inesperados estão separados por períodos de “calmaria” que podem durar de 16 anos à alguns meses ou dias. O caso em que o eixo de rotação está no plano orbital ($\vartheta = 0^\circ$, $\vartheta_{\text{Sol}} = 87^\circ$) é especialmente interessante pois, um satélite com tal configuração irá passar por mais ou menos 16 anos de “tranquilidade” para então por volta do ano de 1994 começar a sentir picos de máximo e mínimo, inesperados e talvez, não explicados se a modelagem da re-emissão térmica não for adequada. Como outro extremo está o caso em que o eixo de rotação está perpendicular ao plano da órbita ($\vartheta = 90^\circ$, $\vartheta_{\text{Sol}} = 03^\circ$) quando se observa que a perturbação orbital devido a

re-emissão térmica será mínima e, portanto, altamente desejável do ponto de vista da estabilidade da órbita.

Estas configurações são, no entanto, fictícias até certo ponto, uma vez que é necessário o conhecimento preciso da posição do eixo de rotação do satélite para poder associar resultados semelhantes ao LAGEOS (*Bertotti & Iess, 1991*). Em seu trabalho *LAGEOS I once-per-revolution force due to solar heating* (1997), Rubincam apresenta uma tabela de dados de orientação do eixo de rotação do LAGEOS entre os anos de 1988 a 1995. A seguir, esta tabela é reproduzida, porém será acrescentada para cada data a inclinação ϑ e ϑ_{Sol} obtidas a partir das Equações (3.30) e (3.33). A quantidade θ^* representa a colatitude do eixo de rotação do LAGEOS medida a partir do polo norte da Terra, λ^* é a longitude leste do eixo de rotação do LAGEOS medida a partir do equinócio vernal. As coordenadas inerciais do eixo de rotação são obtidas a partir das seguintes relações

$$k_x = \sin \theta^* \cos \lambda^* \quad (3.36a)$$

$$k_y = \sin \theta^* \sin \lambda^* \quad (3.36b)$$

$$k_z = \cos \theta^* \quad (3.36c)$$

onde (3.36 a,b,c) são as componentes do vetor unitário \mathbf{k} que aponta na direção do eixo de rotação (+ z) para o sistema de referência inercial (XYZ) (*Rubincam et al., 1997*).

Observe na Tabela (3.1) que a inclinação ϑ do eixo de rotação para os anos de 1992 e 1993 está em torno de 25° e 4° , respectivamente. A análise conjunta da Figura (3.12) para o primeiro e o segundo conjunto de inclinações ($\vartheta = 0^\circ$ com $\vartheta_{\text{Sol}} = 87^\circ$; e $\vartheta = 20^\circ$ com $\vartheta_{\text{Sol}} = 73^\circ$) com os dados da Tabela (3.1) indica que de 1990 (cujos dados não são mostrados nesta tabela) a 1992 o comportamento da aceleração transversal deveria seguir predominantemente o padrão 20-73°.

E de forma semelhante, analisando os dados do ano de 1993 observa-se que a configuração mais próxima é a 0-87°. A combinação destas duas configurações estabelece picos de máximo e mínimo, significativos entre 1992 e 1998.

TABELA 3.1 POSIÇÃO DO EIXO DE ROTAÇÃO DO LAGEOS I

| Data | Ano | θ^* (graus) | λ^* (graus) | ϑ (graus) | ϑ_{Sol} (graus) |
|--------|------|-----------------------|------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 30 SET | 1988 | 163 | 152 | 8.8 | 68.7 |
| 9 DEZ | 1988 | 173 | 305 | 26.4 | 60.6 |
| 23 AGO | 1989 | 168 | 345 | 24.9 | 61.2 |
| 6 ABR | 1992 | 166 | 274 | 33.8 | 52.6 |
| 30 MAI | 1992 | 168 | 301 | 31.2 | 55.7 |
| 2 JUN | 1992 | 167 | 305 | 31.8 | 55.2 |
| 10 JUN | 1992 | 166 | 308 | 32.4 | 54.5 |
| 13 JUN | 1992 | 167 | 309 | 31.4 | 55.5 |
| 29 JUL | 1992 | 171 | 314 | 27.5 | 59.5 |
| 1 SET | 1992 | 171 | 0 | 21.5 | 65.0 |
| 29 SET | 1992 | 170 | 21 | 18.1 | 68.2 |
| 2 OUT | 1992 | 170 | 25 | 21.7 | 68.9 |
| 7 OUT | 1992 | 169 | 28 | 16.5 | 69.4 |
| 15 OUT | 1992 | 170 | 30 | 16.6 | 69.7 |
| 23 OUT | 1992 | 169 | 39 | 14.6 | 71.5 |
| 24 ABR | 1993 | 164 | 88 | 4.4 | 82.5 |
| 28 ABR | 1993 | 163 | 89 | 3.4 | 83.6 |
| 7 MAI | 1993 | 161 | 94 | 1.3 | 85.3 |
| 2 JUN | 1993 | 164 | 90 | 4.3 | 82.6 |
| 17 JUL | 1993 | 163 | 93 | 3.3 | 83.5 |
| 15 SET | 1993 | 162 | 101 | 2.0 | 83.3 |
| 16 OUT | 1993 | 165 | 108 | 5.1 | 79.8 |
| 11 NOV | 1993 | 166 | 115 | 6.4 | 77.8 |
| 13 NOV | 1993 | 168 | 116 | 8.4 | 76.4 |
| 25 FEV | 1995 | 156 | 301 | 42.3 | 44.4 |
| 13 MAR | 1995 | 157 | 358 | 23.6 | 57.0 |
| 5 ABR | 1995 | 160 | 37 | 10.5 | 70.7 |

Fonte Parcial: *Rubincam et al.*, 1997.

Observe a Figura (3.13) (*Rubincam et al.*, 1997) onde é feita uma comparação entre os valores de A e B obtidos a partir de dados SLR para a força de aquecimento solar (linha sólida) e os pontos obtidos a partir de dados da orientação do eixo de rotação (pontos individuais).

A aceleração transversal devida ao aquecimento solar analisada na Figura (3.13) é dada por

$$S = A \sin(\omega + f) + B \cos(\omega + f), \quad (3.37)$$

onde, ω é o argumento do perigeu e f é a anomalia verdadeira. O termo $A \sin(\omega + f)$ é, em geral, menor do que a metade do termo $B \cos(\omega + f)$ e, além disso, apenas B contribui para os picos anômalos da aceleração transversal. Neste trabalho, Rubincam conclui que embora o aquecimento solar seja capaz de explicar a maior parte das forças desconhecidas atuando no LAGEOS I entre os anos de 1980-1983 (quando a concordância entre os dados é maior) é necessário um modelo térmico mais acurado capaz de explicar o comportamento da aceleração transversal a partir de 1990, quando surgem os picos de máximos e mínimos mais significativos.

Excentricidades anômalas tem sido motivo de estudos gerando dúvidas e indagações, uma vez que, os efeitos conhecidos e modelados até então, não tem sido capazes de explicar a amplitude dessas oscilações. No trabalho de Gilles Métris *et al.*, publicado no ano de 1997, é apresentada uma análise das excitações da excentricidade do satélite LAGEOS I. Seguindo trabalhos anteriores (Tapley *et al.*, 1993; Farinella *et al.*, 1996; Martin & Rubincam, 1996) Métris utiliza milisegundos de arco por ano (mas/yr) em unidades de excitação de excentricidade. Apesar da excentricidade ser um número puro, sua variação pode ser transformada em um deslocamento da órbita, da mesma forma que um ângulo, multiplicando-se e por um comprimento (tipicamente, o semi-eixo maior).

Na Figura (3.14) (Métris *et al.*, 1997) é apresentada a excitação da excentricidade do LAGEOS I *versus* tempo. As cruzes mostram os resíduos observados, enquanto que a linha sólida corresponde ao sinal modelado para os seguintes efeitos: a pressão de radiação solar direta relativa à redefinição do coeficiente médio de refletividade do LAGEOS, o efeito Yarkosky-Schach (re-emissão térmica devido ao aquecimento solar) e o efeito da reflexão assimétrica na superfície do satélite.

De acordo com Métris *et al.* a maior parte do aumento de sinal entre as épocas 1989 e 1993 se deve ao efeito Yarkovsky-Schach que está intimamente ligado com a evolução intrincada do eixo de spin do LAGEOS I. Na Figura (3.15) (Métris *et al.*, 1997) são mostradas as contribuições individuais para a excitação de cada perturbação incluída na Figura (3.14): linha sólida, redefinição do coeficiente C_R para a pressão de

FIGURA 3.4a - ACELERAÇÕES R , S e W INVERNO-VERÃO
 FONTE TÉRMICA: TERRA

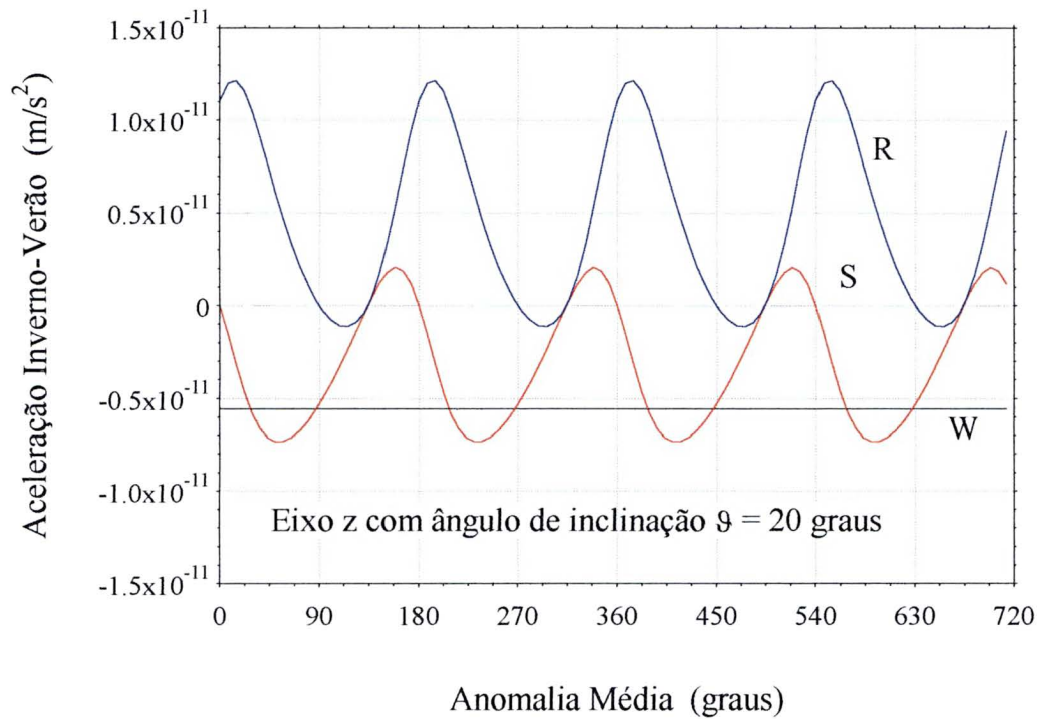


FIGURA 3.4b - ACELERAÇÕES R , S e W NOITE-DIA
 FONTE TÉRMICA: TERRA

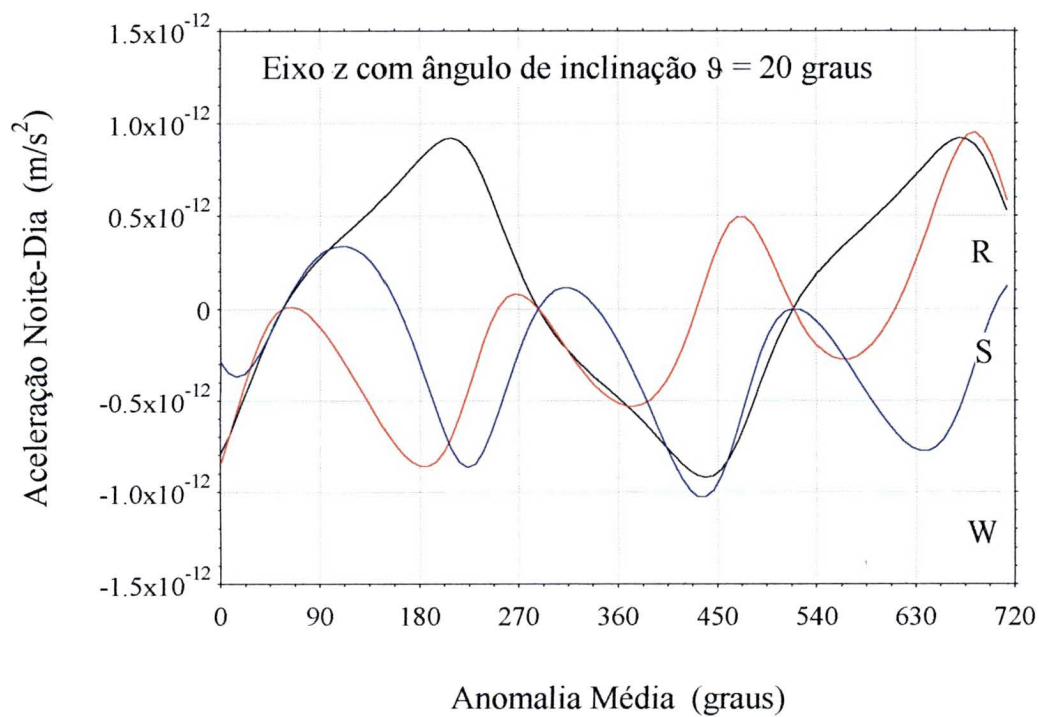


FIGURA 3.5a - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S INVERNO-VERÃO
FONTE TÉRMICA: TERRA

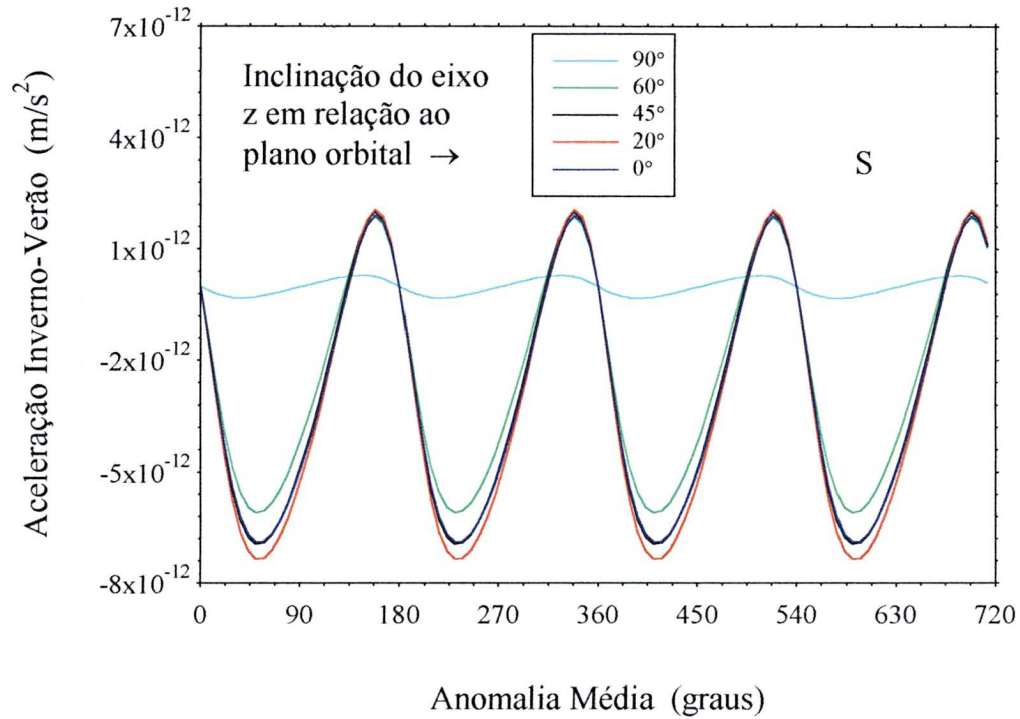


FIGURA 3.5b - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S NOITE-DIA
FONTE TÉRMICA: TERRA

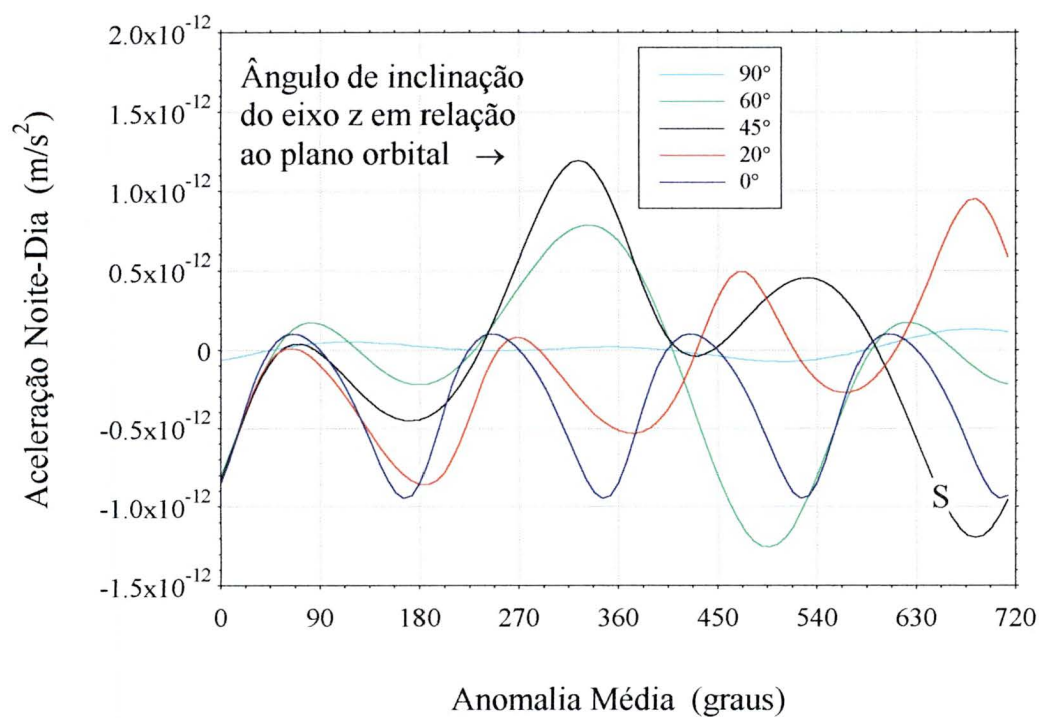
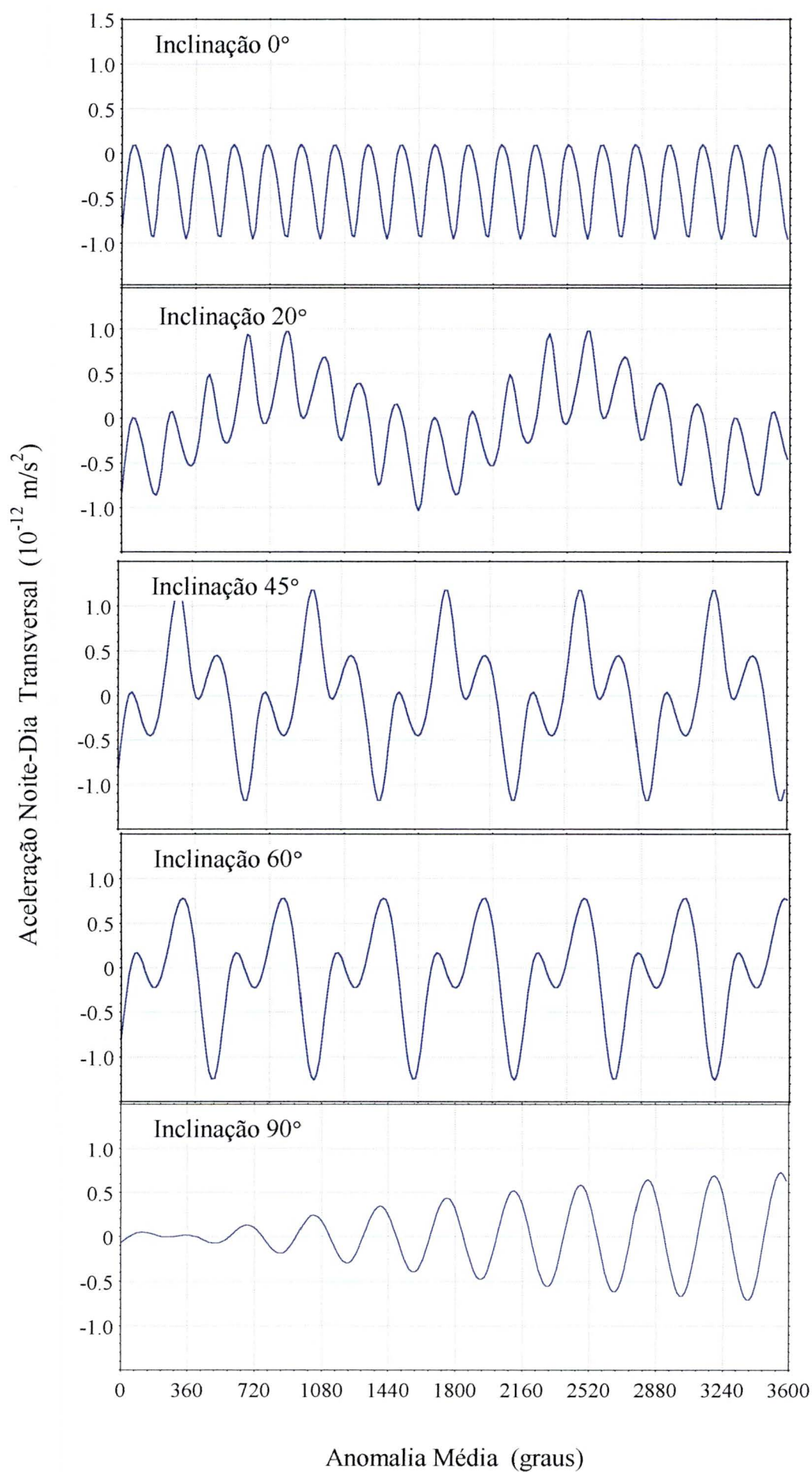
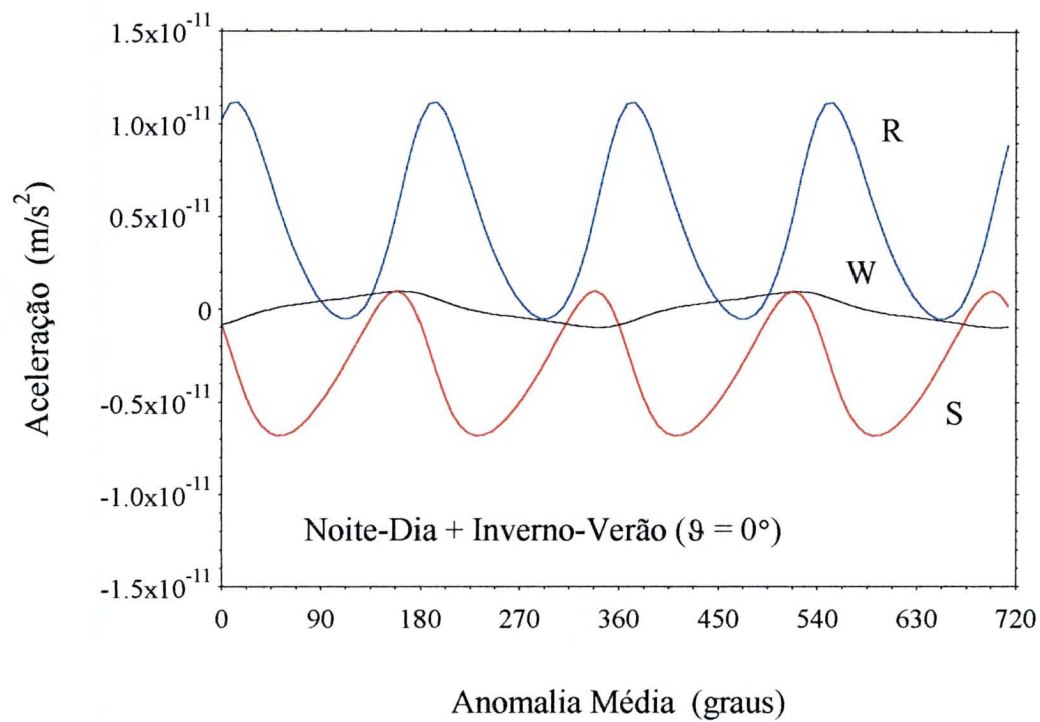


FIGURA 3.6 - LAGEOS: ACELERAÇÃO TRANSVERSAL NOITE-DIA
FONTE TÉRMICA: TERRA



**FIGURA 3.7 - ACELERAÇÃO R , S e W TOTAIS - $\vartheta = 0^\circ$
FONTE TÉRMICA: TERRA**



**FIGURA 3.8 - ACELERAÇÕES R , S e W TOTAIS - $\vartheta = 20^\circ$
FONTE TÉRMICA: TERRA**

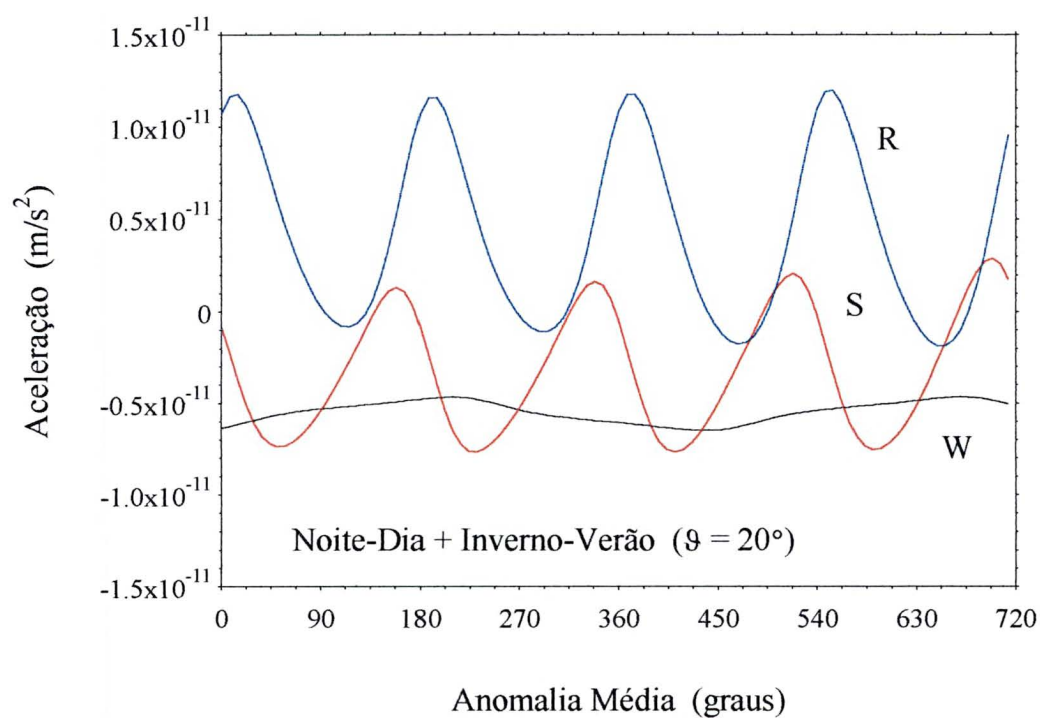


FIGURA 3.9 - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S INVERN0-VERÃO
FONTE TÉRMICA: SOL

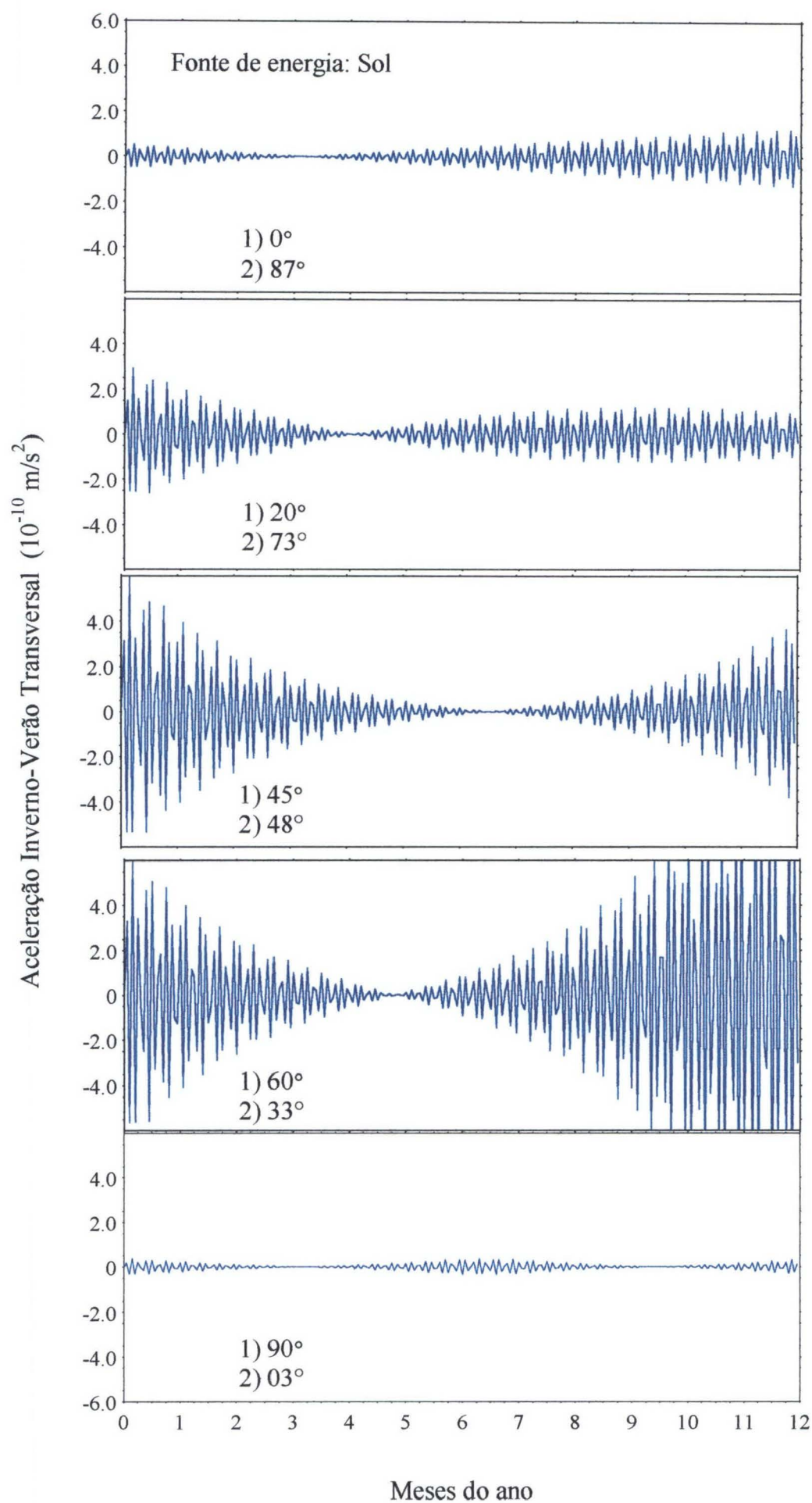


FIGURA 3.10 - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S NOITE-DIA
FONTE TÉRMICA: SOL

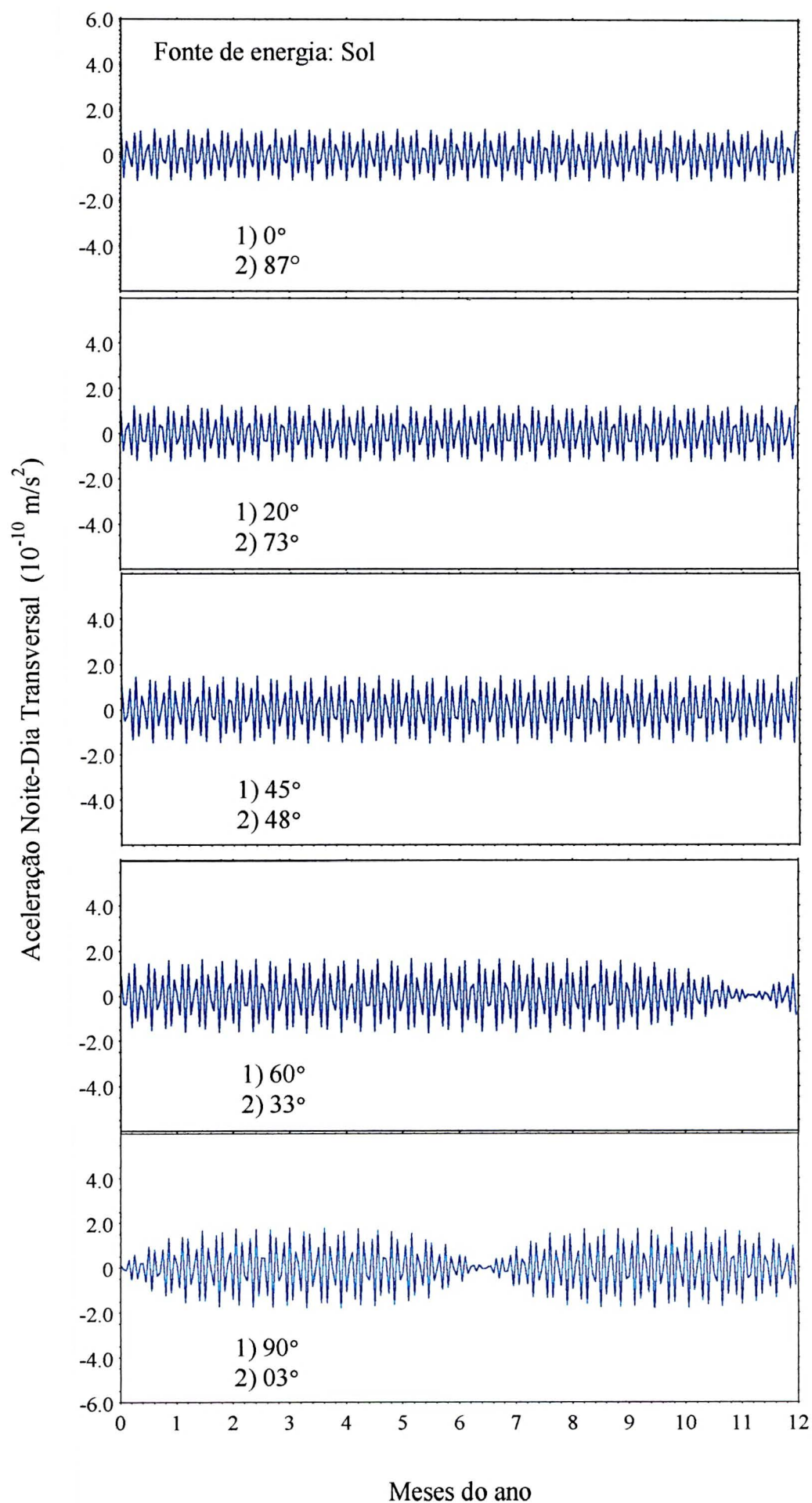


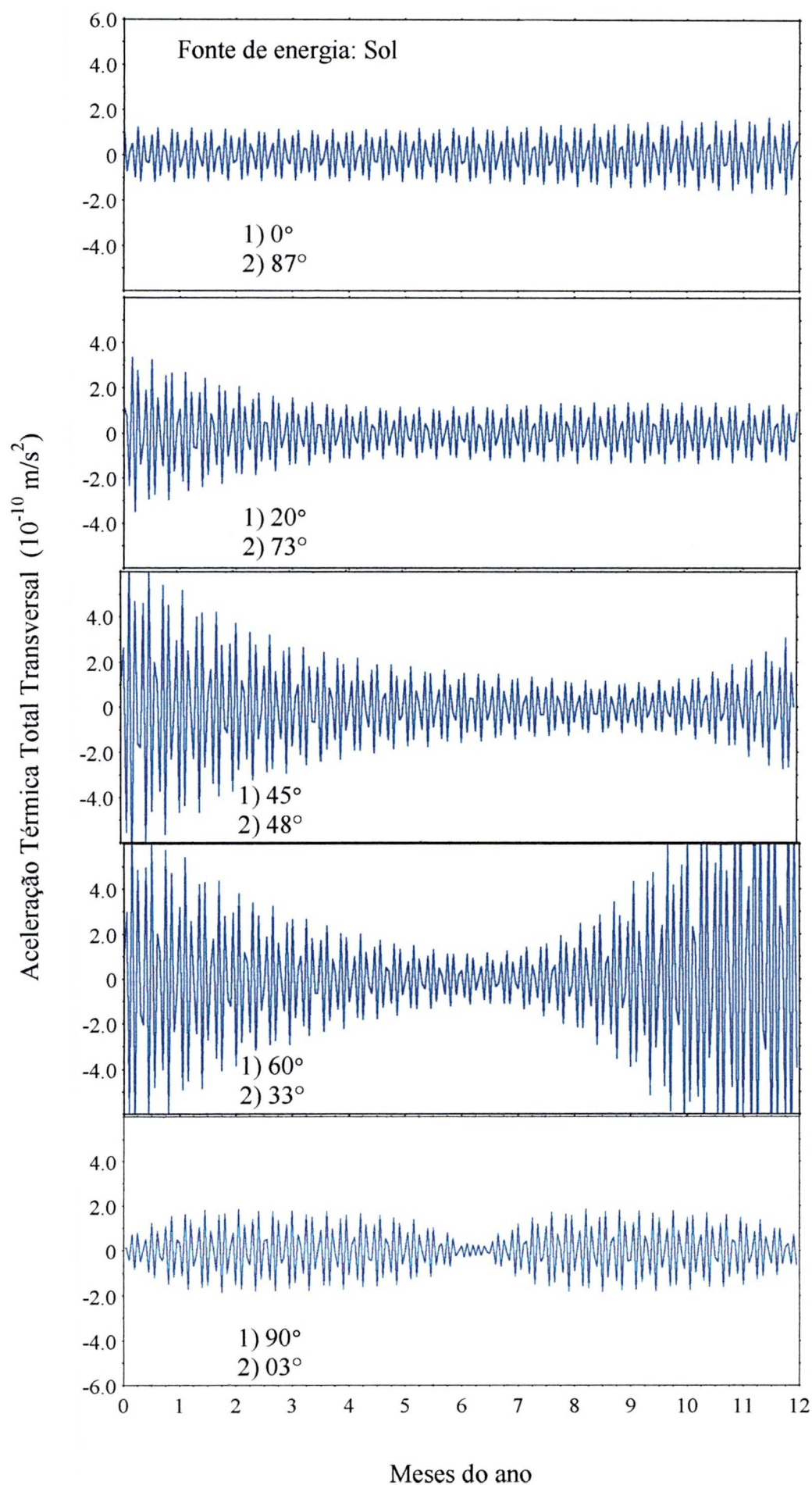
FIGURA 3.11 - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S TÉRMICA TOTAL
FONTE TÉRMICA: SOL

FIGURA 3.12 - ACELERAÇÃO TRANSVERSAL S TÉRMICA TOTAL
Fonte térmica: TERRA + SOL

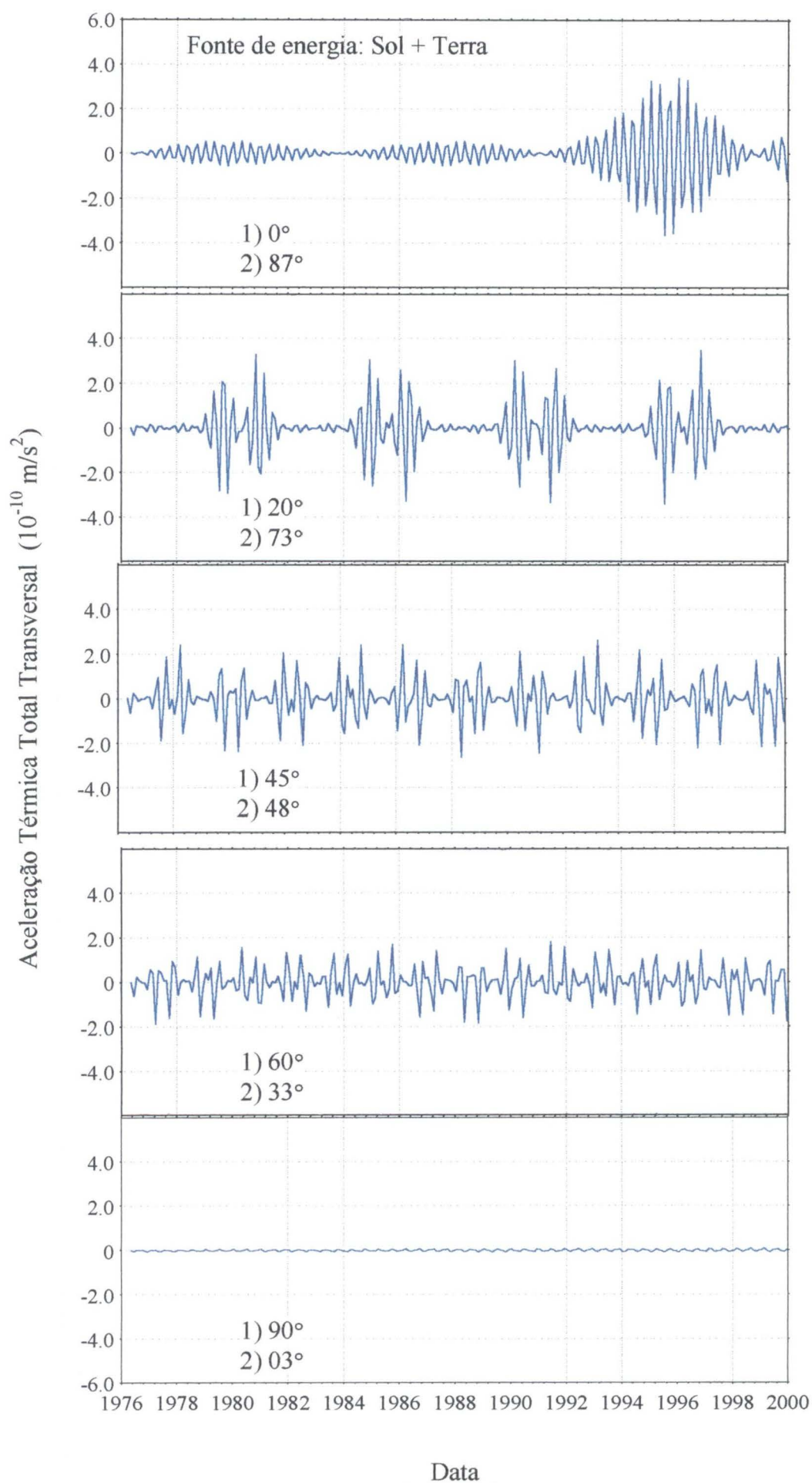
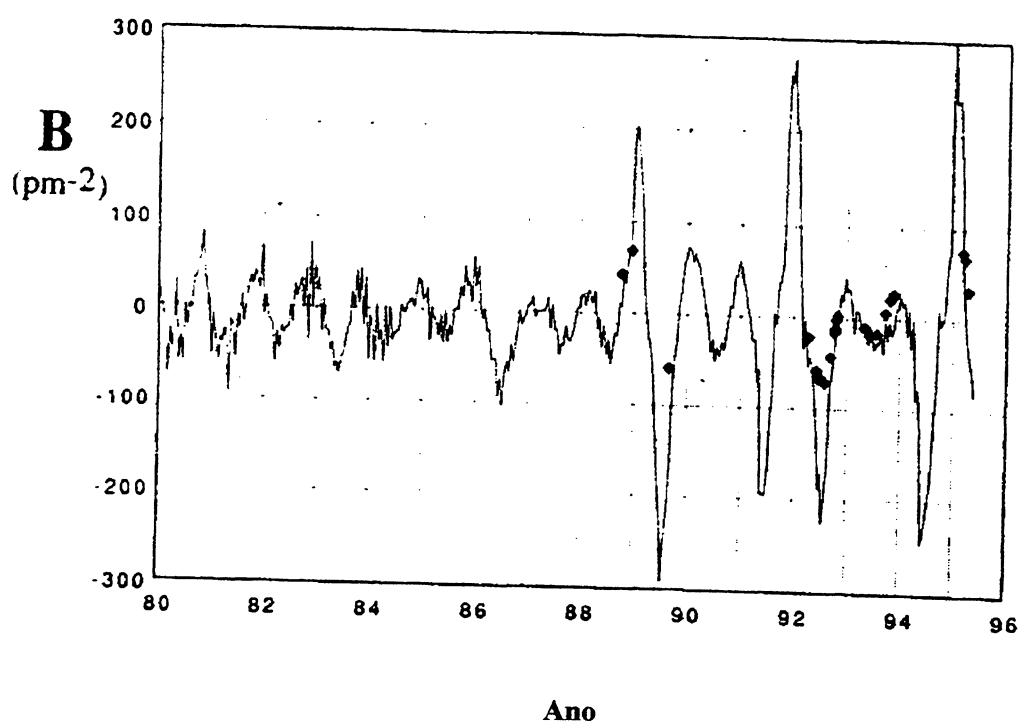
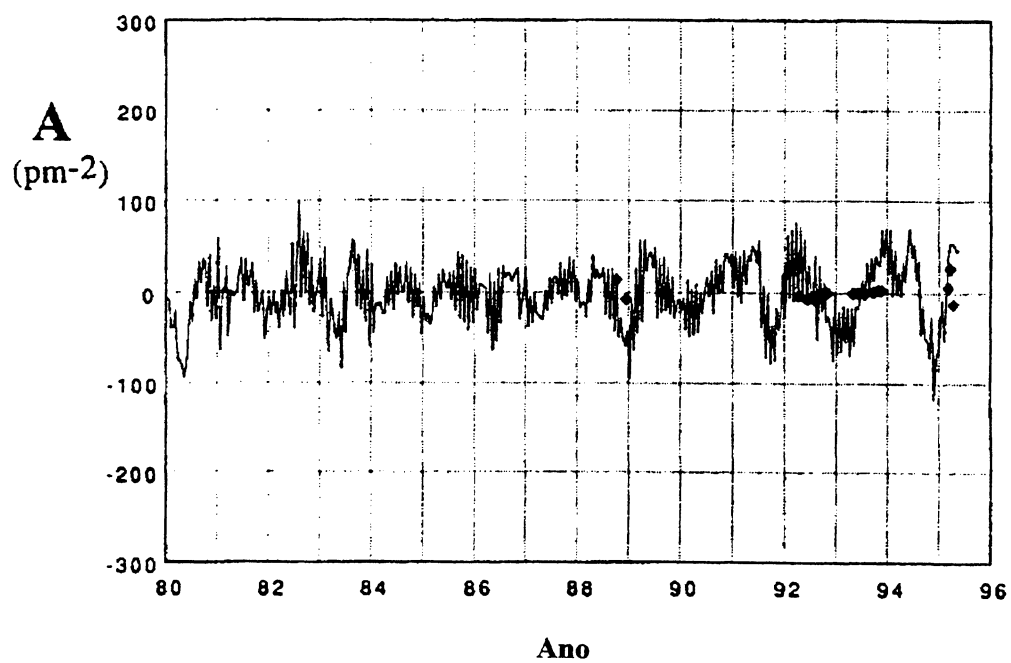
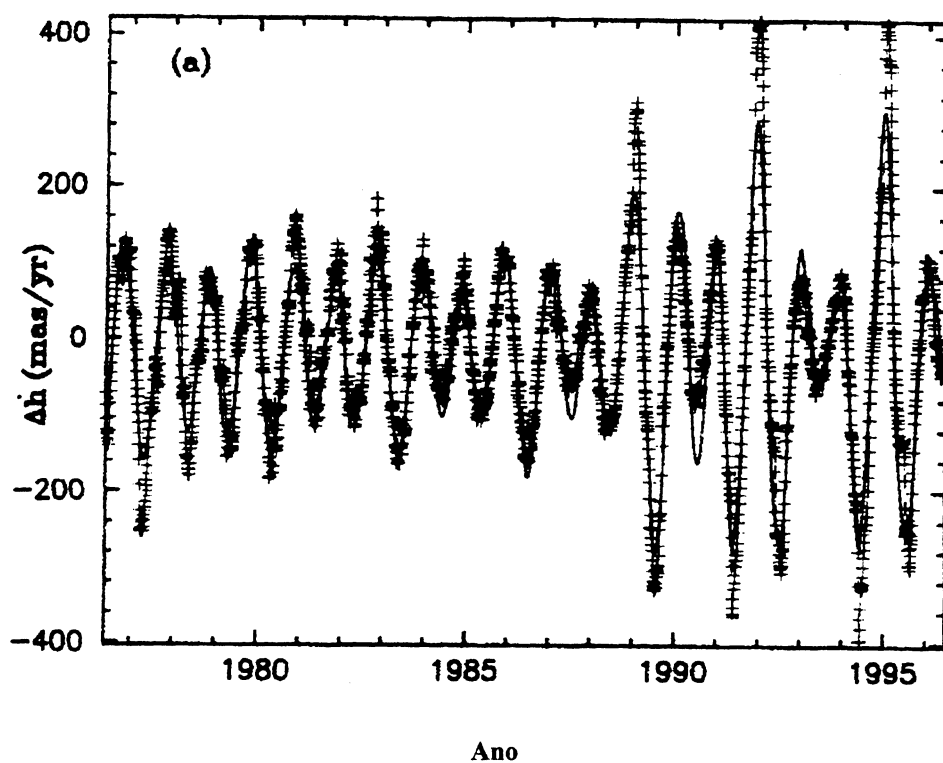


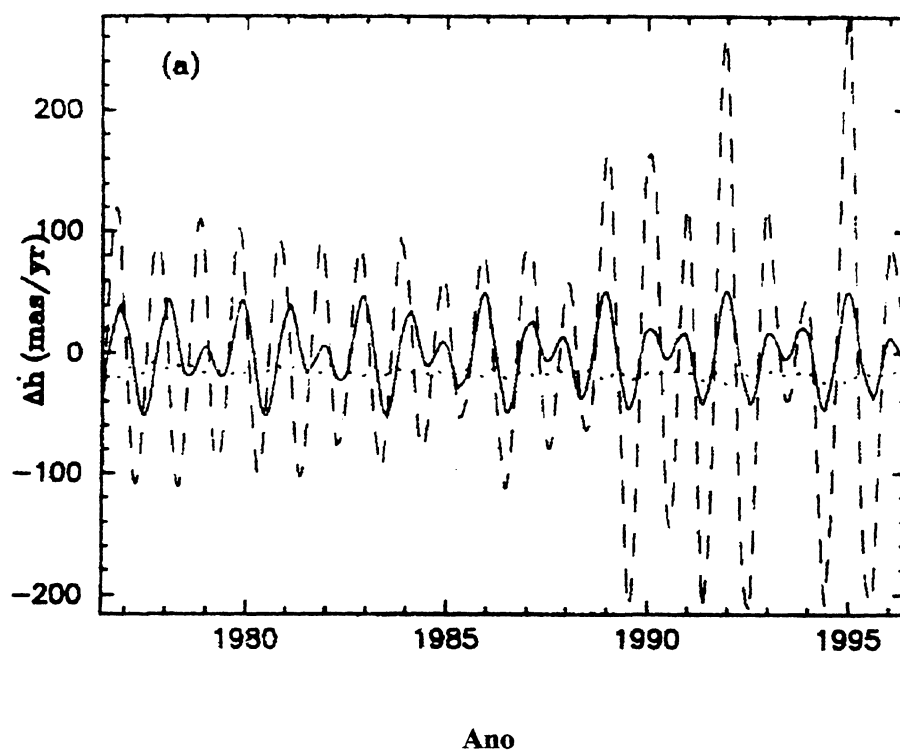
FIGURA 3.13 - VALORES DE A E B OBTIDOS A PARTIR DE DADOS SLR – FONTE: SOL



**FIGURA 3.14 - EXCITAÇÃO DA EXCENTRICIDADE DO LAGEOS I
VERSUS TEMPO – ANÁLISE CONJUNTA DAS
PERTURBAÇÕES**



**FIGURA 3.15 - EXCITAÇÃO DA EXCENTRICIDADE DO LAGEOS I
VERSUS TEMPO – ANÁLISE INDIVIDUAL DAS
PERTURBAÇÕES**



radiação solar direta; linha tracejada, efeito Yarkovsky-Schach; e linha pontilhada efeito da refletividade assimétrica.

A principal imperfeição do modelo de Métris *et al.* é predizer os picos entre 1990 e 1996 claramente relacionados à orientação do eixo de rotação. Ele afirma que parte dessa discrepância pode ser atribuída aos erros na modelagem da evolução do eixo de rotação, no entanto, esclarece que uma análise detalhada dos diversos fatores que compõe o sinal modelado mostra que uma mudança na orientação do eixo de rotação da ordem de 10° a 20° não é suficiente para explicar a grande magnitude do extremo observado.

Conclui, finalmente, que não é possível melhorar significativamente a modelagem proposta no trabalho de forma a obter uma melhor concordância com os dados do LAGEOS, e atribui esta impossibilidade à falta de informação detalhada (concernente a possível geometria da anisotropia ótica do satélite) e as dificuldades na modelagem física (freqüentemente ajustada empiricamente) das forças de perturbação envolvidas.

A seguir, será realizada uma análise da re-emissão térmica para um satélite-teste com parâmetros baseados no satélite LAGEOS onde serão apresentados resultados que mostram a variação do semi-eixo maior em função do tempo. Essa variação é diretamente proporcional à componente transversal da aceleração de re-emissão térmica. E de forma semelhante, as variações na excentricidade devidas a re-emissão térmica são, também, diretamente proporcionais a aceleração transversal S .

3.3 SATÉLITE-TESTE: LAGEOS

O fenômeno da re-emissão térmica pode ser compreendido quantitativamente, aplicando-se os resultados obtidos anteriormente a um satélite-teste (Duha & Afonso, 2.000). Os parâmetros utilizados, neste trabalho, são baseados em dados do satélite LAGEOS, de acordo com a Tabela (3.1).

O satélite LAGEOS é um satélite de grande altitude (6.000 km) cuja órbita em torno da Terra é quase circular ($e = 0.004$). O corpo do satélite consiste de dois hemisférios de alumínio com um núcleo cilíndrico de cobre-berílio. Sua superfície externa (42%) está coberta por 422 retrorefletores de silício com, aproximadamente, 1,905 cm de raio, conforme a Figura (3.16). Testes de pré-lançamento (*Bendix*, 1975, apud. *Mignard et al.*, 1990) e estimativas teóricas mostram que a diferença de temperatura (ΔT) entre dois retrorefletores antípodos é de, aproximadamente, 20 K; enquanto que, para a estrutura de alumínio esta diferença é de 2 a 3 K. Portanto, o empuxo fotônico (*photon thrust*) é controlado, basicamente, pelos retrorefletores incrustados e termicamente isolados, na superfície.

Para o satélite-teste o eixo de rotação z encontra-se orientado ao longo do plano orbital, a frequência ν_1 é igual a frequência angular de rotação ω e ν_2 é igual a frequência angular orbital, ou o movimento angular médio, n , do satélite. Neste caso, $\mathcal{J} = 0$ e a Equação (3.34) se reduz à $\theta' = nt$.

Então, calculando a média radial $\langle R \rangle$, transversal $\langle S \rangle$ e normal $\langle W \rangle$, para um período orbital, das componentes R , S e W dadas pelas Equações (3.25), (3.26) e (3.27) obtem-se, para o efeito inverno-verão, que

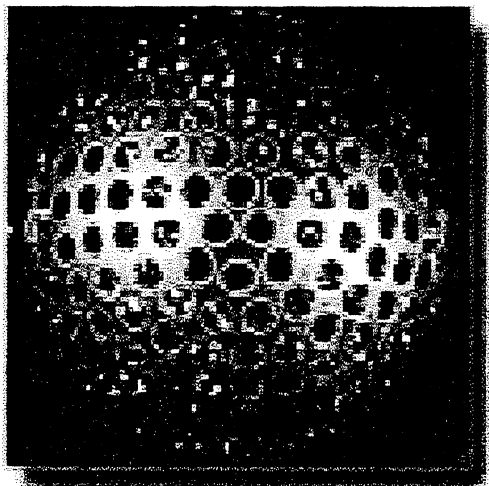
$$\langle R \rangle \cong 0.20C_2 \cos \delta_2, \quad (3.38)$$

$$\langle S \rangle \cong -0.15C_2 \sin \delta_2, \quad (3.39)$$

$$\langle W \rangle = 0, \quad (3.40)$$

onde, assume-se que para pequenas excentricidades $C_2 = -B_2$ é constante ao longo do período de integração.

Quando $\langle S \rangle$ é negativo, o efeito inverno-verão é dissipativo. O semi-eixo maior orbital do satélite irá decrescer com o tempo. Para o efeito noite-dia no plano, onde $\nu_1 t = \omega t$, e ω é a frequência angular de rotação do satélite, ao se calcular a média das

FIGURA 3.16 - LASER GEODYNAMICS SATELLITE – LAGEOS**TABELA 3.2.** Constantes relacionadas ao Satélite-Teste

| Símbolo | Quantidade | Valor numérico |
|----------|-------------------------------|---|
| a | semi-eixo maior | $1,227 \times 10^7 \text{ m}$ |
| e | excentricidade | 0,004 |
| n_L | movimento angular médio | $4.64 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ |
| M_L | massa | 407 kg |
| R_L | raio | 0,3 m |
| T_0 | temperatura (*) | 263 K |
| I_0 | radiância térmica da Terra | $62,55 \text{ W m}^{-2}$ |
| R_T | raio da Terra | $6,371 \times 10^6 \text{ m}$ |
| C_p | calor específico (*) | $686 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ |
| e | emissividade (*) | 0,9 |
| α | absorvidade (*) | 1,0 |
| k | condutividade térmica (*) | $1,34 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ |
| ρ | densidade (*) | 2.200 kg m^{-3} |
| σ | constante de Stefan-Boltzmann | $5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ |
| c | velocidade da luz | $2,9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-2}$ |

(*) Retrorefletor / Fonte: Rubincam D. P., 1988.

componentes R , S e W dadas pelas Equações (3.22), (3.23) e (3.24), obtem-se que

$$\langle R \rangle \cong 0,15 C_2 \cos \delta_2 \cos \delta_1, \quad (3.41)$$

$$\langle S \rangle \cong -0,20 C_1 \sin \delta_2 \cos \delta_1, \quad (3.42)$$

$$\langle W \rangle = 0, \quad (3.43)$$

onde assume-se que $C_1 = -B_1$ é constante ao longo do período de integração.

Quando o eixo de rotação é perpendicular ao plano orbital, com $n = 0$ ($\delta_2 = 0$), as componentes, R , S e W da aceleração noite-dia, são dadas pelas Equações (3.17), (3.18) e (3.19). As componentes radial, transversal e normal médias para um período orbital são

$$\langle R \rangle \cong 0,25 C_1 \cos \delta_1, \quad (3.44)$$

$$\langle S \rangle \cong -0,25 C_1 \sin \delta_1. \quad (3.45)$$

$$\langle W \rangle = 0 \quad (3.46)$$

As equações (3.44), (3.45) e (3.46) são as acelerações Yarkovsky para o sistema de referência (rsw), obtidas como um caso particular da aceleração noite-dia.

3.3.1 Resultados

Existem, basicamente, duas fontes térmicas importantes fornecendo energia radiante para o satélite: o Sol e a Terra. A radiância do Sol é de $1\,400 \text{ W m}^{-2}$, enquanto que a da Terra é de apenas $62,55 \text{ W m}^{-2}$ (para a altitude de 6 000 km). A análise que será realizada, a seguir, leva em consideração apenas os retrorefletores de silício e a

Terra como única fonte de calor (*Rubincam, 1987, Vokrouhliký & Farinella, 1997*). Os valores numéricos para, a radiação e temperatura, médias são obtidos a partir das seguintes relações

$$I_0 = I_L \left(\frac{a_L}{a} \right)^2, \quad (3.47)$$

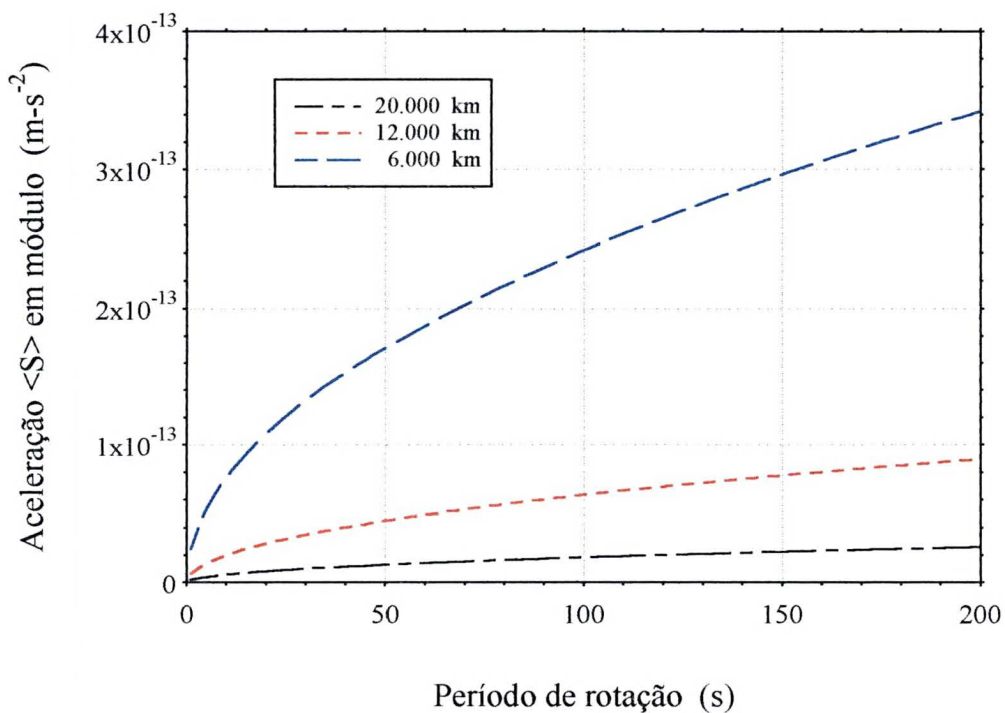
$$T_0 = T_L \sqrt{\frac{a_L}{a}}, \quad (3.48)$$

onde o índice L denota que os parâmetros se referem ao satélite LAGEOS na altitude constante de 6 000 km, de tal forma que $I_L = 62,55 \text{ W m}^{-2}$; $T_L = 263 \text{ K}$; $a_L = 1,227 \times 10^7 \text{ m}$; e a é a “variável” semi-eixo maior.

Além disso, utiliza-se a seguinte expressão para o movimento angular médio

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}, \quad (3.49)$$

FIGURA 3.17 – COMPONENTE TRANSVERSAL DA ACELERAÇÃO NOITE-DIA *VERSUS* PERÍODO DE ROTAÇÃO DE 1 A 200 S

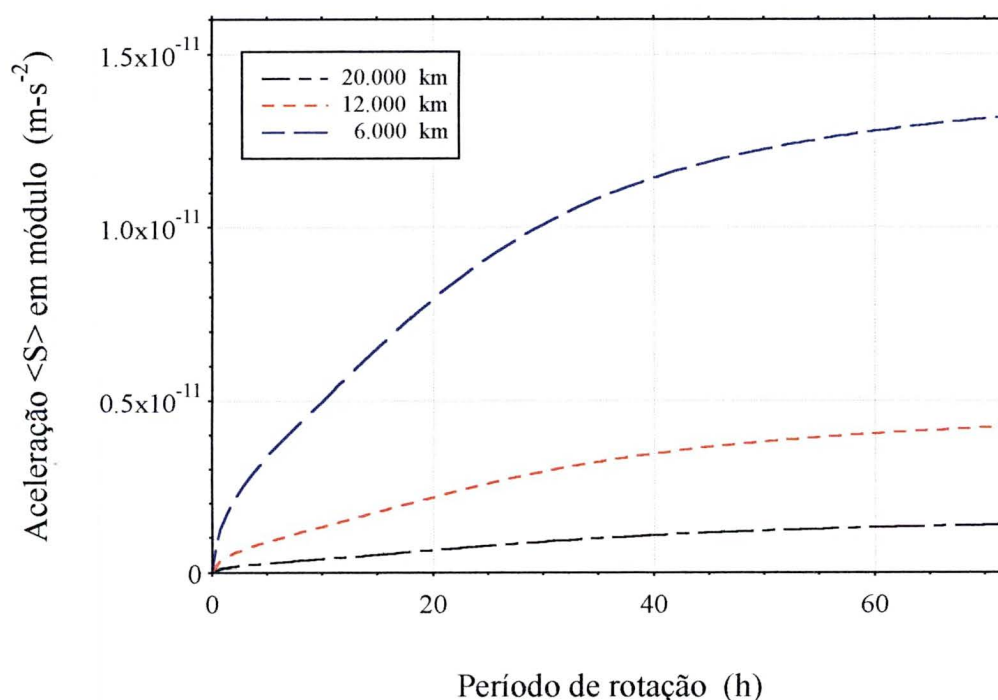


onde $\mu = 3,986 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ é um valor aproximado para GM , de tal forma que, n é dado em radianos por segundo.

De forma geral, o período de rotação do satélite tem uma grande influência sobre a intensidade do efeito noite-dia. Como o período do LAGEOS está aumentando gradativamente, de 1 s na época do lançamento para 200 s atualmente (*Mignard et al.*, 1990; *Rubincam et al.*, 1997, *Slabinski*, 1997), a contribuição da aceleração transversal noite-dia torna-se cada vez mais significativa com o passar do tempo.

Na Figura (3.17) são mostrados os valores absolutos da componente noite-dia da aceleração de re-emissão térmica em função do período de rotação do satélite para três diferentes valores de altitude: 6 000 km, 12 000 km e 20 000 km. Neste caso, o período de rotação varia de aproximadamente 1 s a 200 s. No entanto, como será a evolução dessa componente da aceleração para períodos maiores ?

FIGURA 3.18 – COMPONENTE TRANSVERSAL DA ACELERAÇÃO NOITE-DIA *VERSUS* PERÍODO DE ROTAÇÃO DE 1 S A 72 H



A Figura (3.18) estende a análise para períodos variando de 1s a 72 horas, ou seja, três dias. Para a altitude do LAGEOS (6 000 km) a aceleração tende para $1,3 \times 10^{-11}$, ou seja, a aceleração noite-dia tende para um valor constante e seu limite é alcançado quando a frequência do movimento angular é zero, ou seja, $\omega = 0$.

A força térmica total que atua no satélite-teste em estudo neste trabalho, é devida, principalmente, ao efeito inverno-verão e, portanto, o procedimento, à seguir, leva em consideração apenas a componente ao longo do eixo de rotação do satélite.

As acelerações radial e transversal médias, devidas ao efeito inverno-verão, podem ser re-escritas como uma função da distância à fonte de energia e do ângulo de atraso δ_2 . Este ângulo, por sua vez, também, é função da distância à fonte de energia e, portanto, $\langle R \rangle$ e $\langle S \rangle$ podem ser expressos em função do inverso do quadrado da distância à fonte de energia radiante e das constantes C_r e C_s

$$\langle \mathbf{a}_z \rangle = C_r \frac{1}{r^2} \mathbf{r} + C_s \frac{1}{r^2} \mathbf{s}. \quad (3.50)$$

Portanto, apesar das equações (3.36) e (3.37) fornecerem as componentes radial e transversal da aceleração inverno-verão em termos de uma expressão de difícil análise imediata, ela pode ser expressa de uma forma simples: o inverso do quadrado da distância à fonte de energia (Duha, 1996). Esta relação facilita não só a análise, mas também, o trabalho de cálculo de futuras aplicações das forças de re-emissão térmica.

Quando a velocidade angular de rotação é alta o efeito noite-dia pode ser negligenciado. Nas Figuras (3.19a) e (3.19b) é feita uma comparação entre o módulo das acelerações médias inverno-verão e noite-dia considerando o período de rotação atual do satélite LAGEOS, que é igual à 200 s. Observe que, para 6.000 km (altitude do LAGEOS) a aceleração transversal (*along-track*) inverno-verão é igual à

$$\langle S \rangle = -2,85 \times 10^{-12} \text{ ms}^{-2}, \quad (3.51)$$

enquanto, que a aceleração transversal noite-dia é igual à

$$\langle S \rangle = -3,46 \times 10^{-13} \text{ ms}^{-2}, \quad (3.52)$$

que corresponde à cerca de 12% da aceleração transversal inverno-verão.

As Figuras (3.20a) e (3.20b) mostram o comportamento das acelerações radial e transversal médias (em módulo) *versus* a altitude, para o satélite-teste. O ângulo de atraso δ_2 é igual à 44 graus, aproximadamente, e portanto, a aceleração radial média ($\cos \delta_2$) será maior em valor absoluto do que a aceleração transversal média ($\sin \delta_2$). O formato das curvas mostradas na Fig. (3.20a) pode ser entendido através da análise do comportamento do ângulo de atraso quando a altitude do satélite sofre variações (Figs. (3.21a) e (3.21b)). Cabe lembrar que, δ_2 é proporcional a $1/\sqrt{T_0^3}$ e Y/X .

Uma análise similar pode ser realizada se for calculada a média das acelerações radial e transversal *versus* o raio do satélite como é mostrado nas Figuras (3.22a) e (3.22b). A direção, o módulo e o sentido da força térmica variam para diferentes valores de raio do satélite.

À medida que, o raio do satélite decresce ambas as componentes crescem, porém, a partir de aproximadamente 0,1 m a componente transversal passa a decrescer rapidamente enquanto que, para a componente radial a situação é inversa, ou seja, a aceleração térmica total, resultado da soma dessas duas componentes, passa a se orientar, preferencialmente, na direção radial, e o efeito de re-emissão térmica, perde muito em intensidade. Tal comportamento pode ser explicado através da análise do ângulo de atraso *versus* o raio do satélite, conforme pode ser visto na Fig. (3.23), que mostra o ângulo de atraso *versus* raio do satélite para as seguintes altitudes: 6 000, 12 000 e 20 000 km.

As Figuras (3.24a) e (3.24b) mostram a dependência da aceleração transversal média, em valor absoluto, com o raio do satélite para diferentes altitudes. As curvas apresentam um pico para os seguintes valores de raio do satélite: 0,10, 0,13 e 0,16 m. Os valores de raio do satélite, para os quais ocorrem os máximos observados na aceleração transversal média, tendem a aumentar, a medida que, o satélite se afasta da

Terra. Ou seja, para diferentes dimensões de satélite existem diferentes altitudes em que o efeito da re-emissão térmica é máximo. Logo, o máximo da aceleração transversal média se desloca para a esquerda à medida que o satélite se aproxima da Terra, ou para a direita à medida que se afasta.

Aplicações futuras deverão mostrar se estes picos são uma boa representação física da realidade, ou um erro de modelagem. Se a primeira possibilidade for confirmada, cada satélite, dependendo de suas características e dimensões, terá uma distância crítica da fonte de energia, na qual o decaimento orbital deverá ocorrer com mais intensidade. A seguir, na Fig. (3.25a) e (3.25b) repete-se a análise anterior, para a aceleração radial média. Neste caso, observa-se um comportamento, por assim dizer, esperado, uma vez que, a intensidade da força radial aumenta à medida que, o satélite se aproxima da fonte de energia térmica, e não aparecem os pontos de máximo, observados na aceleração transversal média.

A variação secular do semi-eixo maior devida ao efeito inverno-verão é dada pelas Equações de Lagrange na forma de Gauss para perturbações não-gravitacionais

$$\dot{a} = \frac{2}{n(1-e^2)^{1/2}} [\text{Re} \sin(f) + S(1+e \cos(f))], \quad (3.53)$$

onde

$$R = -\frac{1}{2(1+\sin^2 f)} B_2 \cos(f - \delta_2) \cos(f), \quad (3.54)$$

$$S = \frac{1}{2(1+\sin^2 f)} B_2 \cos(f - \delta_2) \sin(f), \quad (3.55)$$

onde, utiliza-se $B_2 = B_0 / r^2$, sendo $B_0 = \text{cte}$ e assume-se que $nt \approx f$, onde f é a anomalia verdadeira. A média para um período orbital é dada por

$$\langle \dot{a} \rangle \cong 0,30 \frac{B_0 \sin \delta_2}{n}. \quad (3.56)$$

O ângulo de atraso δ_2 é sempre positivo, não importando o sentido do movimento orbital e, uma vez, que B_0 é negativo a aceleração decresce ao longo do tempo. O efeito é dissipativo e o semi-eixo maior do satélite deve decrescer no tempo provocando um decaimento orbital

$$\langle \dot{a} \rangle \cong 1,08 \text{ mm } d^{-1}. \quad (3.57)$$

A Fig. (3.26) mostra o decaimento do semi-eixo maior em mm/dia para diferentes valores de raio.

3.3.2 Considerações

Na análise realizada nos itens anteriores o efeito noite-dia é negligenciado. Para determinar-se quando um dos dois efeitos pode ser negligenciado deve-se analisar a orientação do eixo de rotação e as duas frequências angulares fundamentais do satélite. Quando o eixo de rotação se encontra no plano orbital ($\vartheta = 0$) ou muito próximo deste, o efeito noite-dia pode ser negligenciado se $\omega \gg n$ (frequência de rotação alta), mas na situação oposta, baixa frequência de rotação, o efeito noite-dia é mais importante do que o efeito inverno-verão, e pode-se negligenciar este último. Obviamente que, levar em consideração ambos os efeitos ou apenas um deles depende da acurácia desejada. Se o eixo de rotação é perpendicular ao plano orbital ($\vartheta = \pi/2$) pode-se negligenciar o efeito inverno-verão sem perda de acurácia, porque neste caso, a componente F_z da força térmica se anula. Para valores intermediários da posição do eixo de rotação ($0 < \vartheta < \pi/2$), uma análise conjunta da inclinação do eixo de rotação e das frequências angulares fundamentais do satélite, será necessária.

A direção da força térmica total é controlada pelos ângulos de atraso devido ao movimento orbital e rotação do satélite. Para o satélite-teste, apenas o ângulo de atraso devido ao movimento orbital é importante na determinação da razão das componentes

radial e transversal da aceleração. A partir de 20.000 m, o ângulo de atraso decresce quando o satélite se aproxima da Terra, e a força térmica começa a se orientar, cada vez mais, na direção radial.

A altitude e as dimensões do satélite são variáveis que determinam mudanças na direção, no módulo e no sentido da força térmica. A curva que representa a aceleração transversal média (valor absoluto), para o satélite-teste, possui um pico que se desloca para a esquerda quando se consideram diferentes valores de altitude e "seleciona" o satélite que será mais afetado pela força térmica.

Na Fig. (3.1) procura-se mostrar que durante um período orbital a intensidade das forças F_{xy} (noite-dia) e F_z (inverno-verão) sofre mudanças cíclicas determinadas por $\sin\theta$ e $\cos\theta$. Enquanto um efeito perde força o outro ganha e vice-versa, e isto ocorre quatro vezes durante um período orbital. Para tornar mais visual a representação do satélite movendo-se em torno do Sol e a relação existente entre as regiões do tipo 1 e 2, situa-se o eixo de rotação no plano orbital, mas todas as conclusões qualitativas são válidas para o caso geral quando $0 < \theta < \pi/2$.

A expressão mais freqüentemente utilizada, na literatura, para o efeito Yarkovsky (noite-dia) assume que $\theta = \pi/2$, e portanto, não representa corretamente a realidade de um satélite em rotação orbitando uma fonte de energia radiante, porque na grande maioria dos casos o eixo de rotação não é perpendicular ao plano orbital. Essa condição, $\theta = \pi/2$, impõe uma restrição muito forte e exclui a possibilidade de se levar em consideração os dois efeitos, simultaneamente, pois nesse caso especial, o efeito inverno-verão se anula. Quando o satélite se desloca em sua órbita ao redor da fonte de energia ele experimenta, simultaneamente, ambas as forças, inverno-verão e noite-dia (generalizado), que são complementares, no sentido de que podem ser adicionadas com o objetivo de se obter a força térmica total atuando no satélite, mas a intensidade desses efeitos irá mudar de acordo com as mudanças na colatitude da fonte de energia, que irão ocorrer ao longo de um período orbital.

A Equação (3.4) expressa a aceleração do satélite devida à força térmica total quando o eixo de rotação se encontra no plano orbital, mas para orientações arbitrárias do eixo de rotação a aceleração irá depender do valor da inclinação do eixo de rotação

em relação ao plano orbital do satélite. Note que, a componente z da aceleração é sempre dissipativa, enquanto que, a componente xy pode ser ambas, dissipativa ou antidissipativa, dependendo do sentido da rotação em relação ao movimento orbital. Para objetos pequenos, com alta velocidade angular de rotação o efeito inverno-verão é dominante e o efeito térmico total é dissipativo. Para a situação oposta, quando o efeito noite-dia é dominante, o efeito térmico total pode ser dissipativo ou antidissipativo. A qualidade dissipativa das forças térmicas irá levar ao decréscimo do semi-eixo maior resultando em uma contração da órbita do satélite.

Os resultados iniciais obtidos para o satélite-teste apresentam boa concordância com dados observacionais do satélite LAGEOS, indicando a necessidade de estudos mais detalhados, no sentido de se obterem expressões gerais, simples, e passíveis de serem aplicadas em satélites artificiais, em geral. Uma análise cuidadosa da variação residual, observada nos elementos orbitais do satélite, em termos dos parâmetros do modelo proposto, pode proporcionar um meio eficaz de previsão do comportamento do eixo de rotação do satélite, após o lançamento.

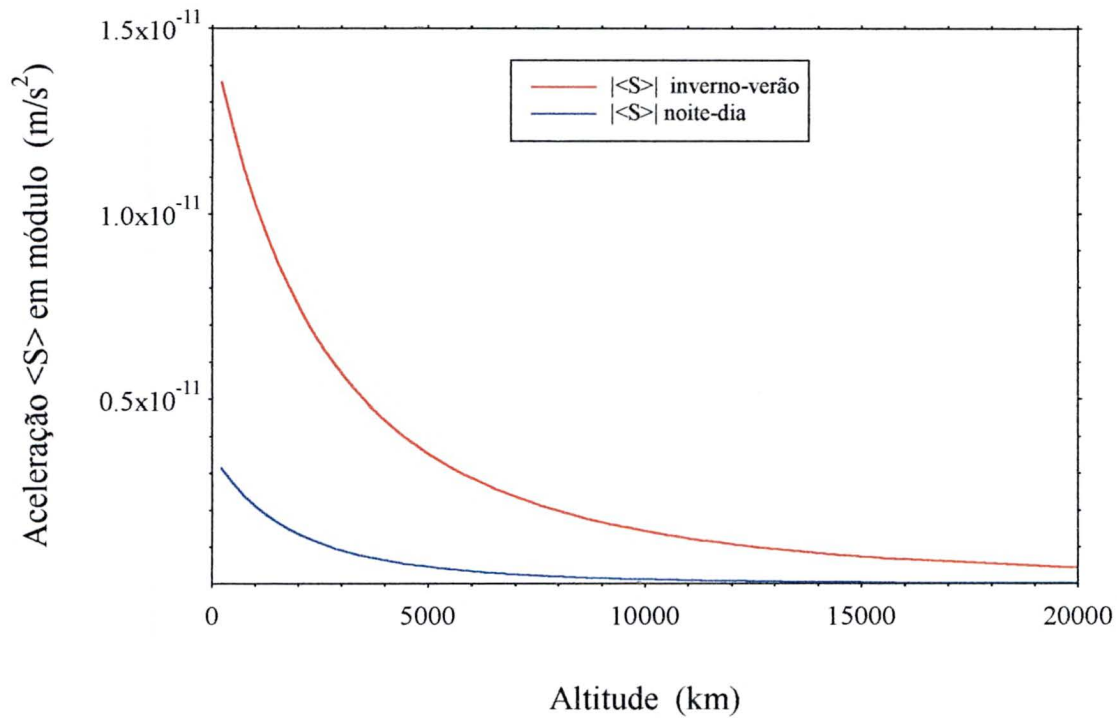
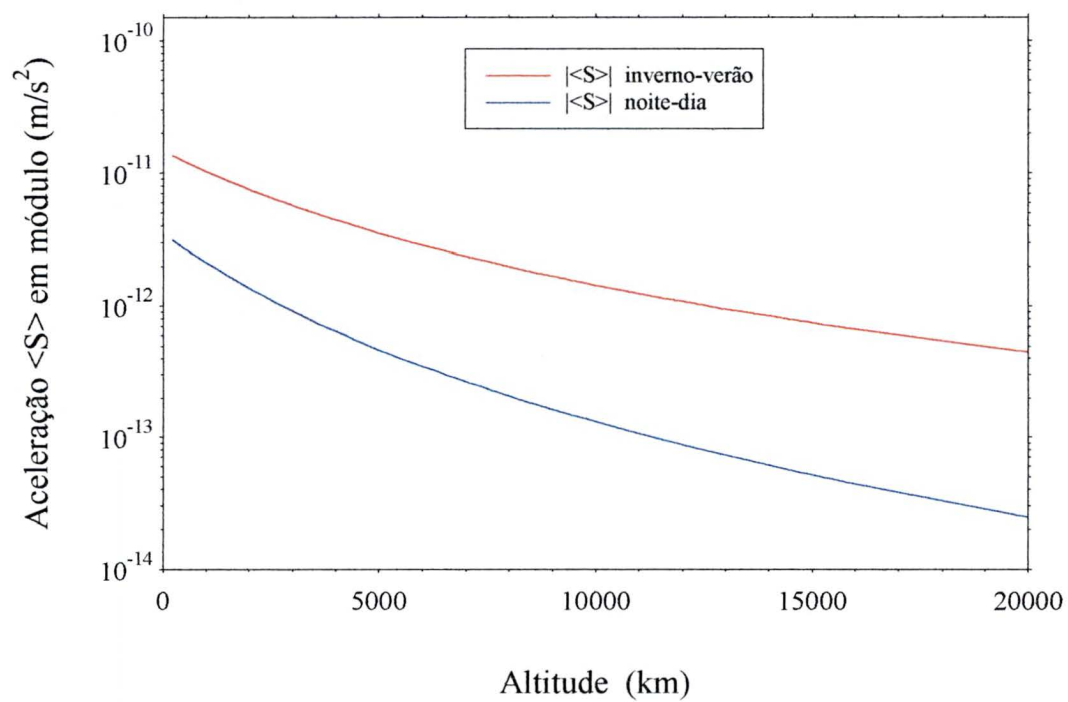
FIGURA 3.19a – ACELERAÇÃO TRANSVERSAL MÉDIA NOITE-DIA E INVERNO-VERÃO *VERSUS* ALTITUDE**FIGURA 3.19b** – FIGURA 3.19a EM ESCALA LOGARÍTMICA

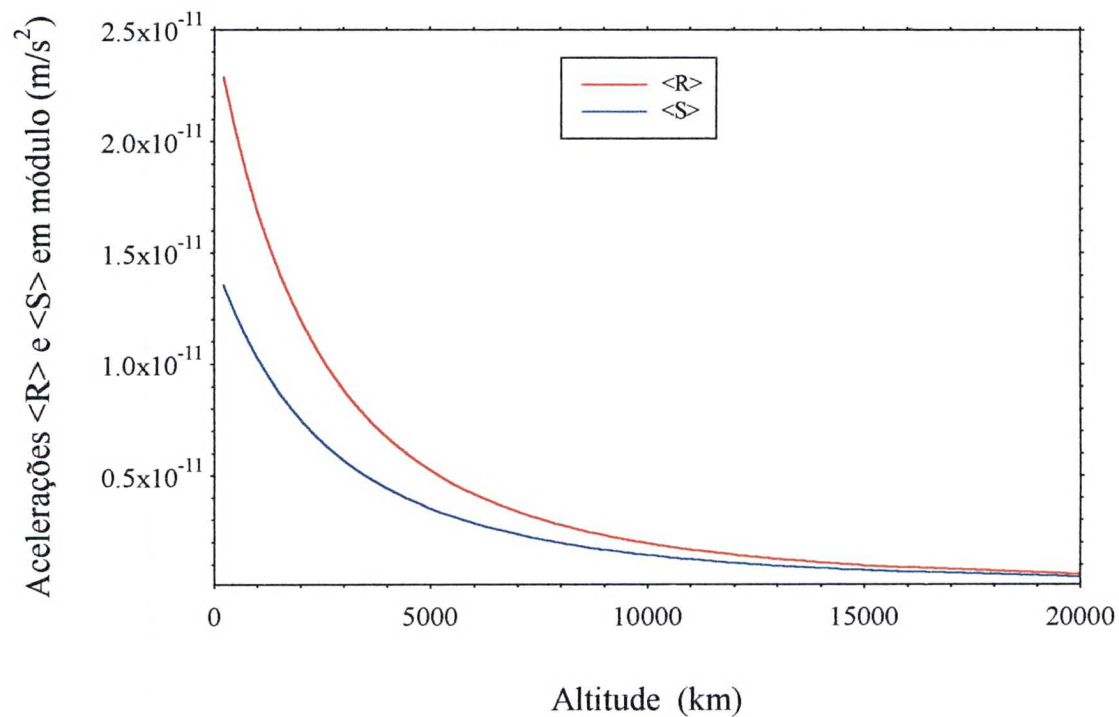
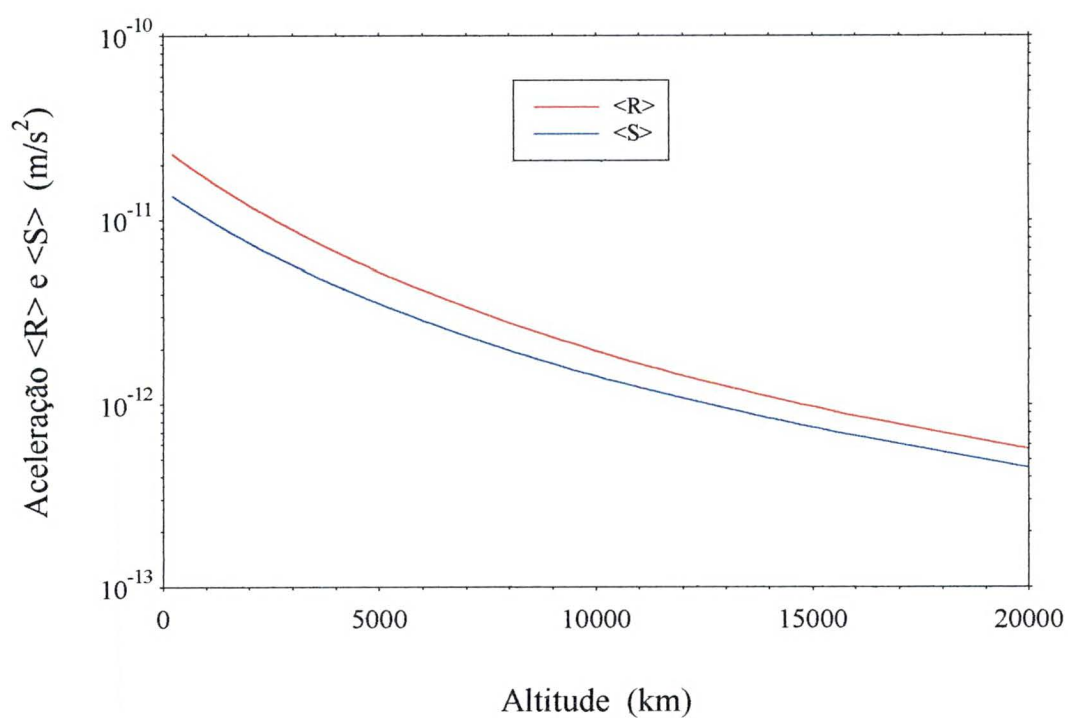
FIGURA 3.20a – ACELERAÇÃO RADIAL E TRANSVERSAL MÉDIA
TÉRMICA TOTAL *VERSUS* ALTITUDE**FIGURA 3.20b** – FIGURA 3.20a EM ESCALA LOGARÍTMICA

FIGURA 3.21a – ÂNGULO DE ATRASO δ_2 VERSUS ALTITUDE
(ALTITUDE MÁXIMA 400.000 KM)

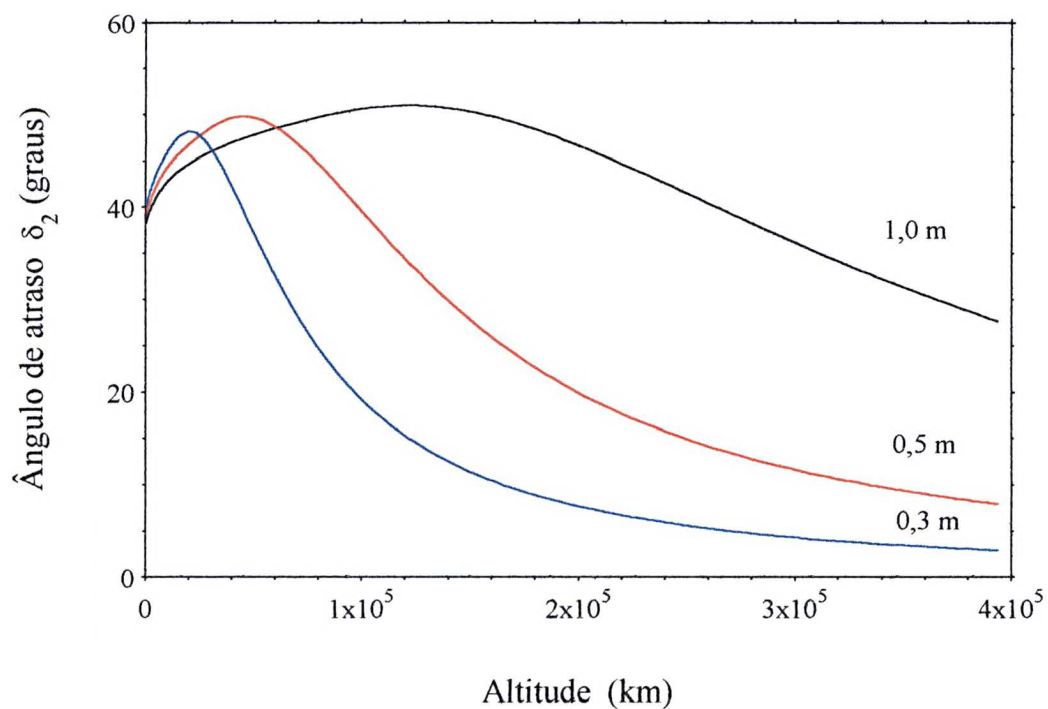
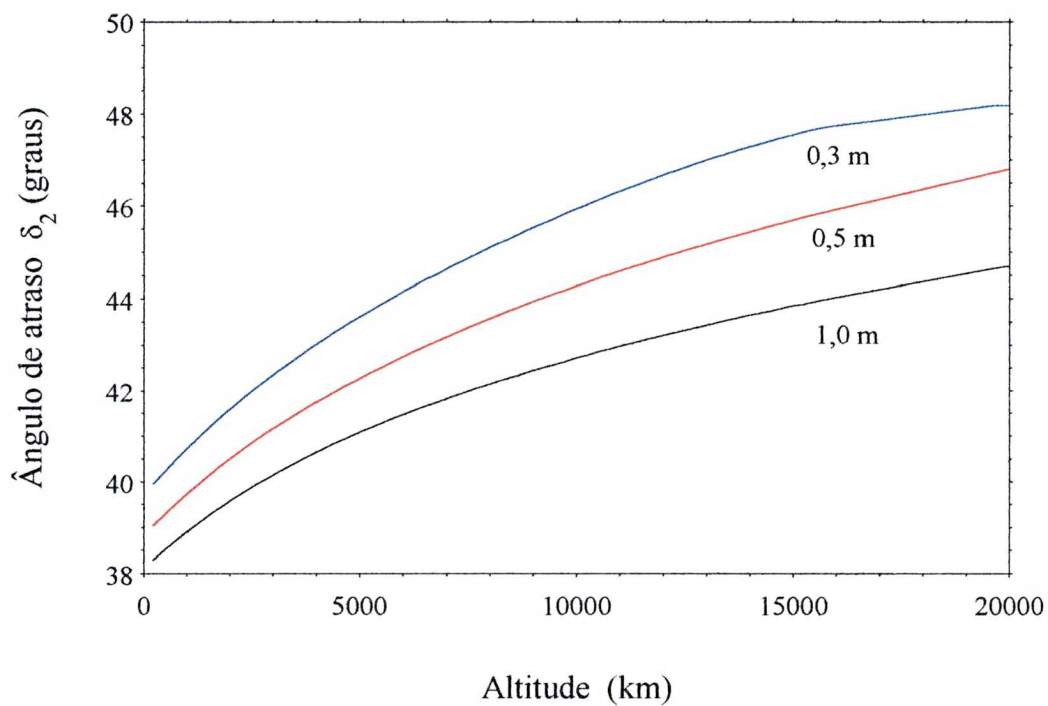


FIGURA 3.21b – ÂNGULO DE ATRASO δ_2 VERSUS ALTITUDE
(ALTITUDE MÁXIMA 20.000 KM)



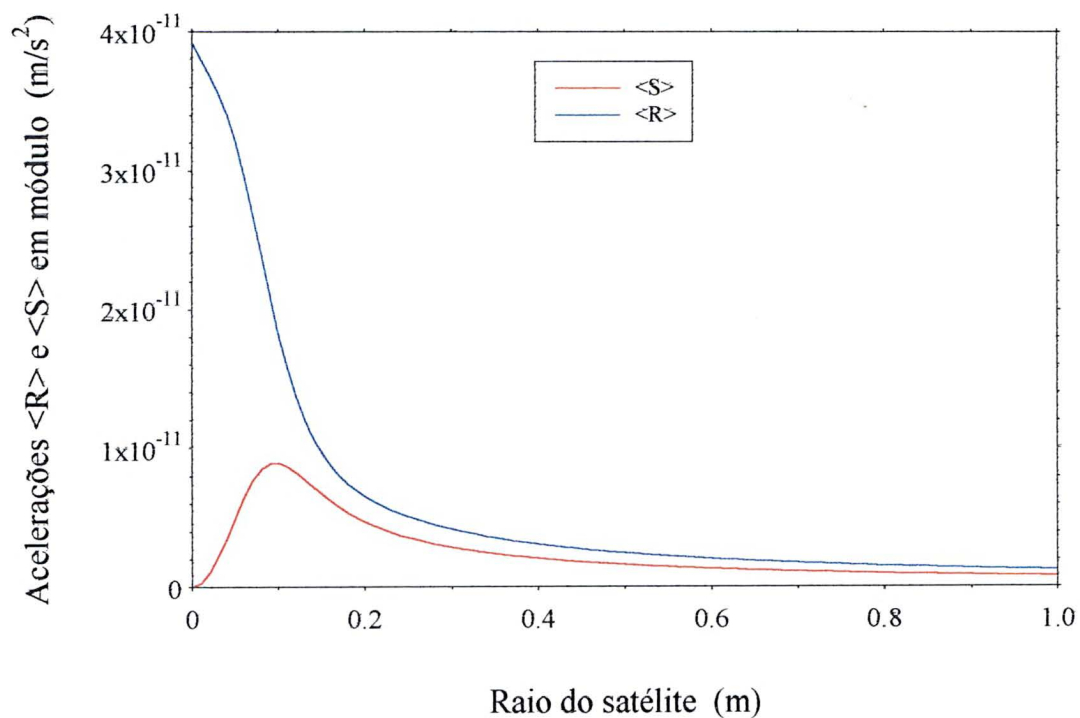
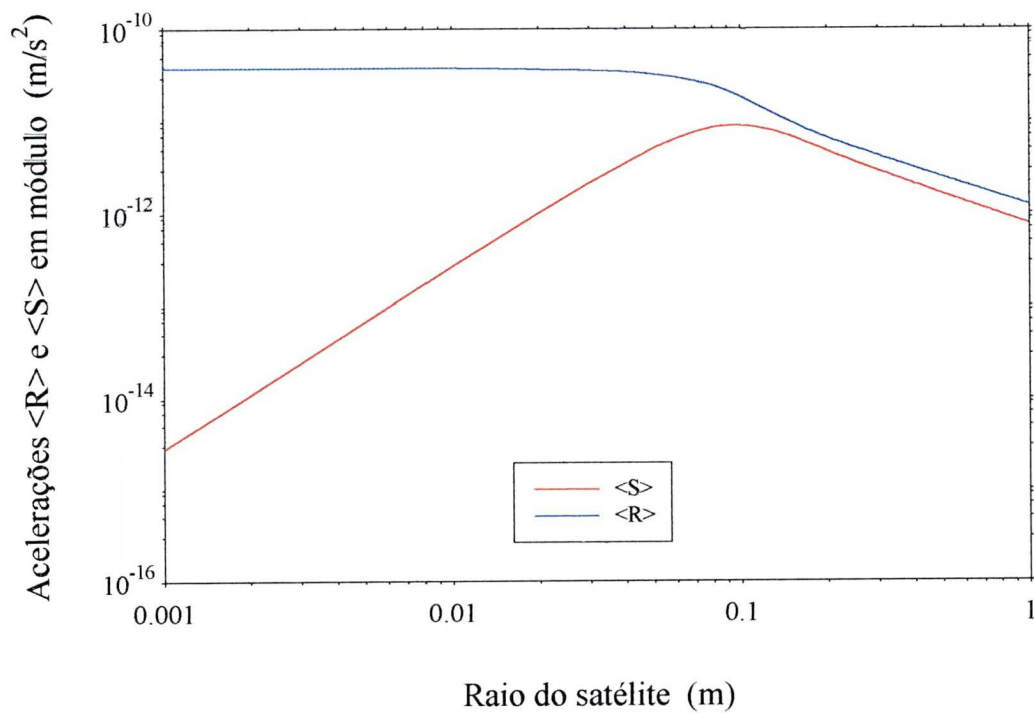
**FIGURA 3.22a – ACELERAÇÃO RADIAL E TRANSVERSAL MÉDIA
TÉRMICA TOTAL *VERSUS* RAIO DO SATÉLITE****FIGURA 3.22b – FIGURA 3.22a EM ESCALA LOGARÍTMICA**

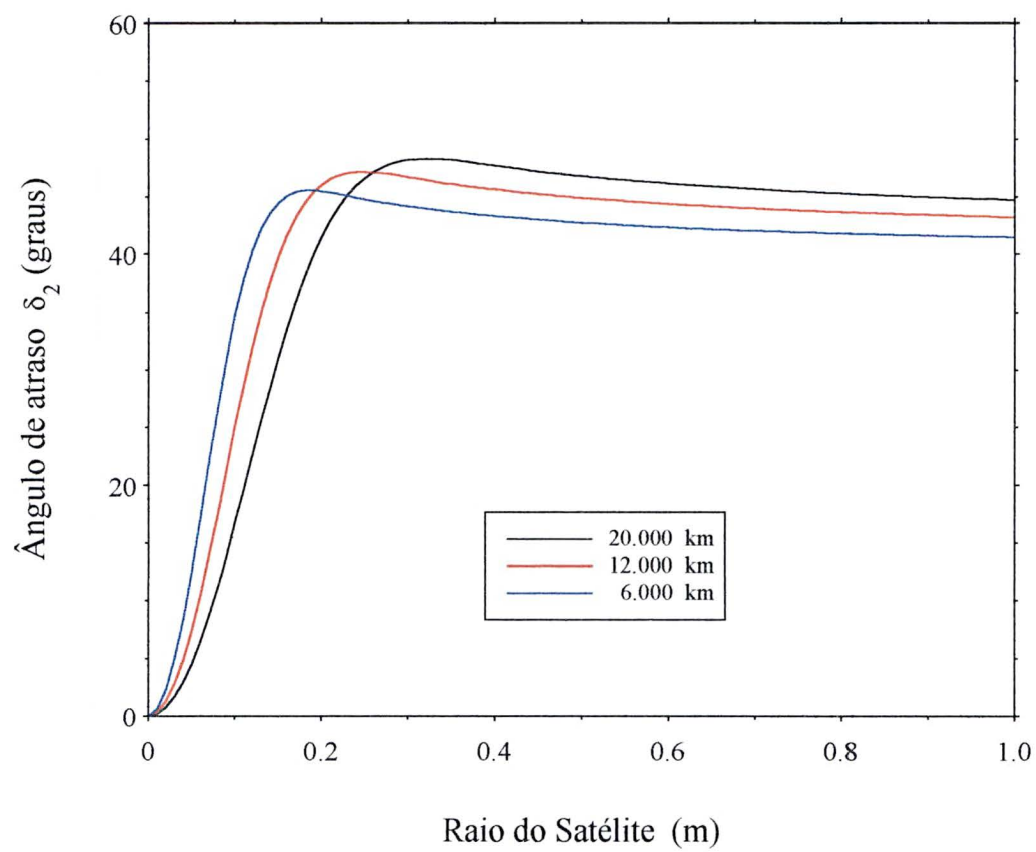
FIGURA 3.23 – ÂNGULO DE ATRASO δ_2 *VERSUS* RAIO DO SATÉLITE

FIGURA 3.24a – ACELERAÇÃO TRANSVERSAL MÉDIA TÉRMICA TOTAL *VERSUS* RAIO DO SATÉLITE

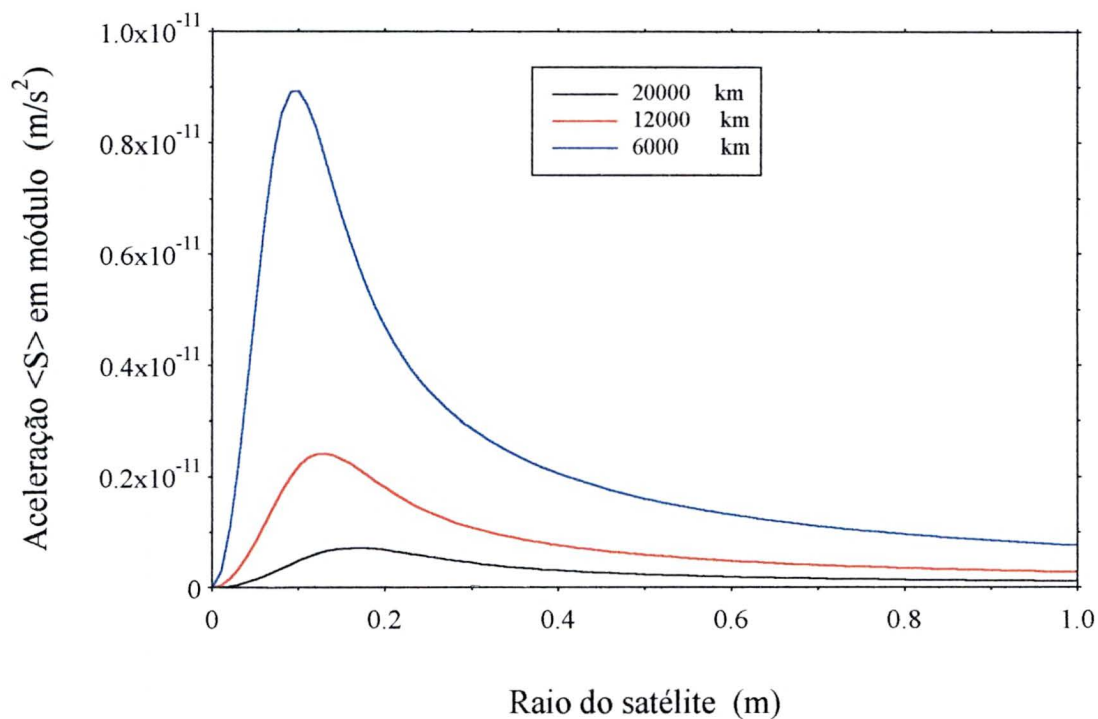
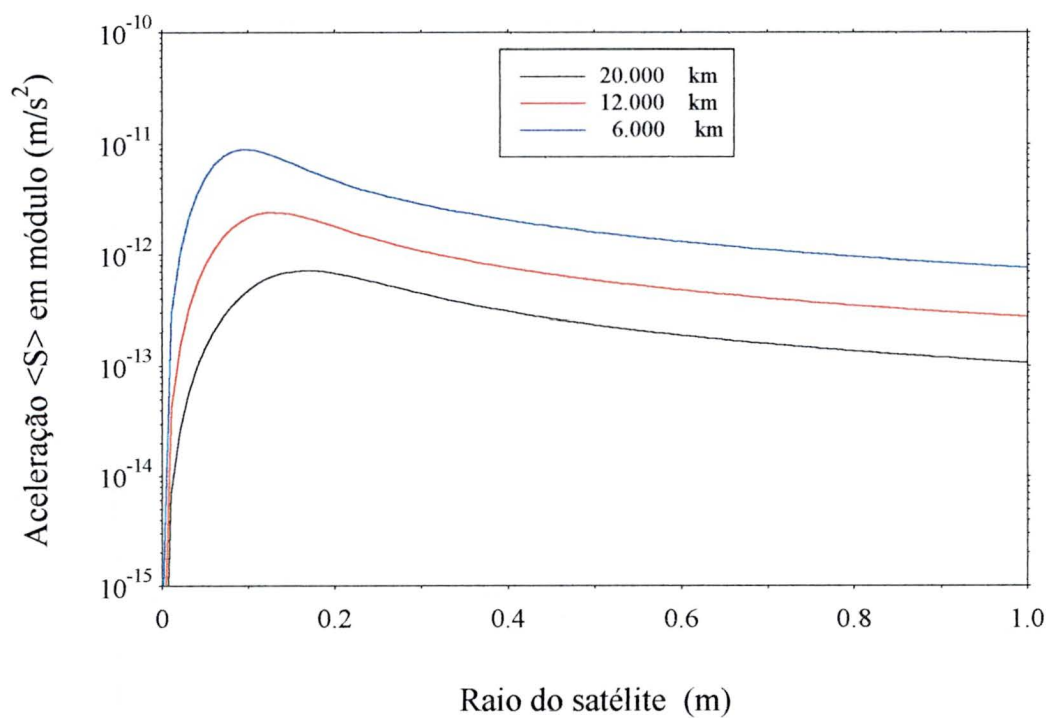


FIGURA 3.24b – FIGURA 3.24a EM ESCALA LOGARÍTMICA



**FIGURA 3.25a – ACELERAÇÃO RADIAL MÉDIA TÉRMICA TOTAL
VERSUS RAO DO SATÉLITE**

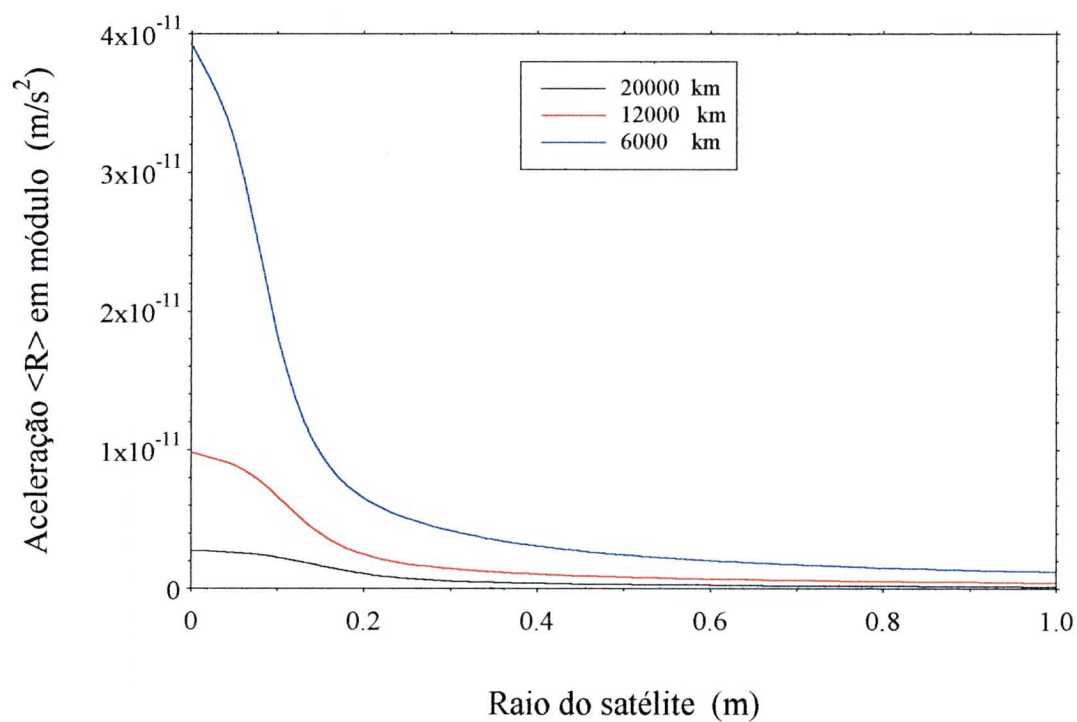


FIGURA 3.25b – FIGURA 3.25a EM ESCALA LOGARÍTMICA

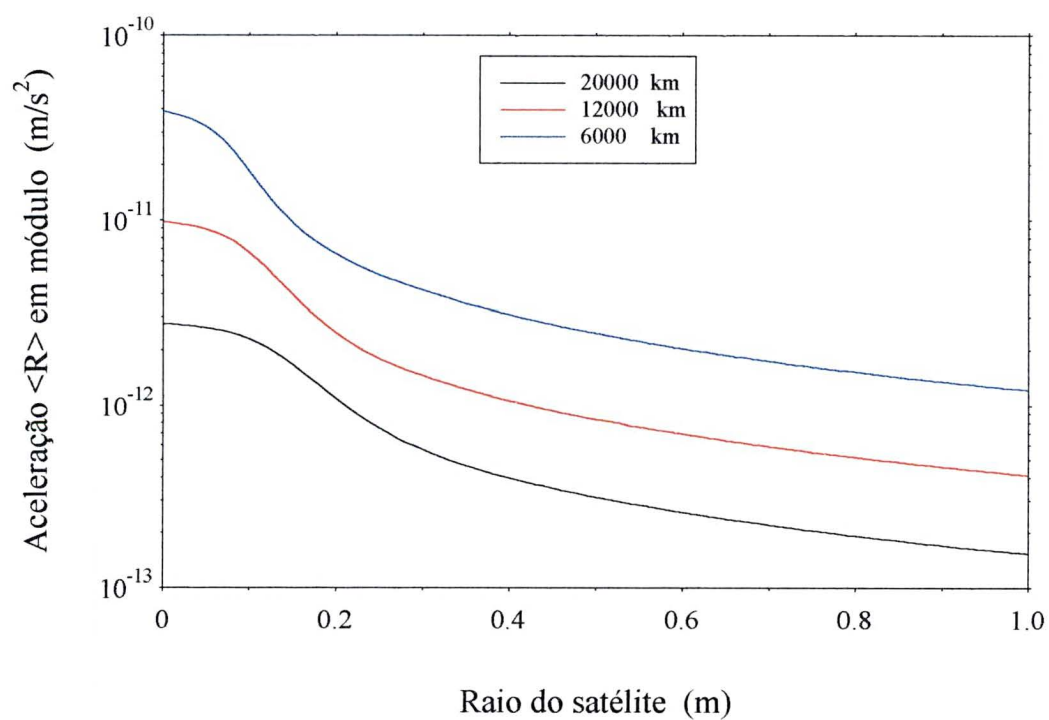
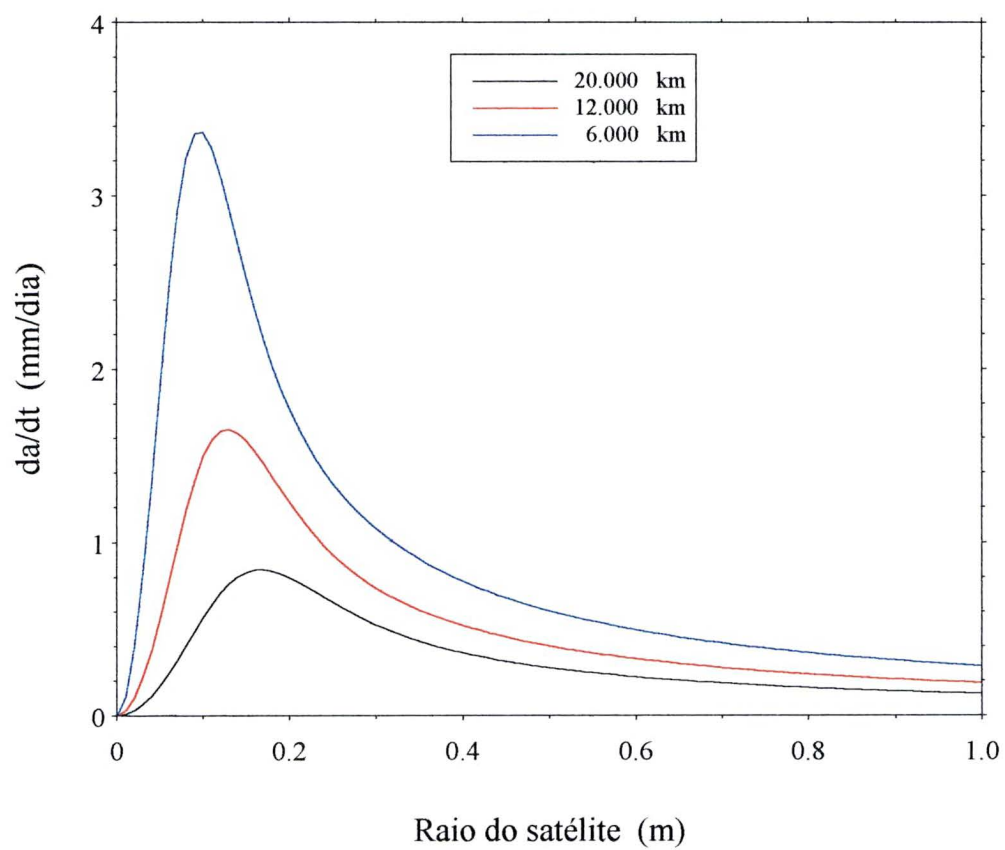


FIGURA 3.26 – VARIAÇÃO TEMPORAL DO SEMI-EIXO MAIOR ORBITAL *VERSUS* RAIO DO SATÉLITE



CAPÍTULO 4

APLICAÇÃO DA MODELAGEM CILÍNDRICA - GPS

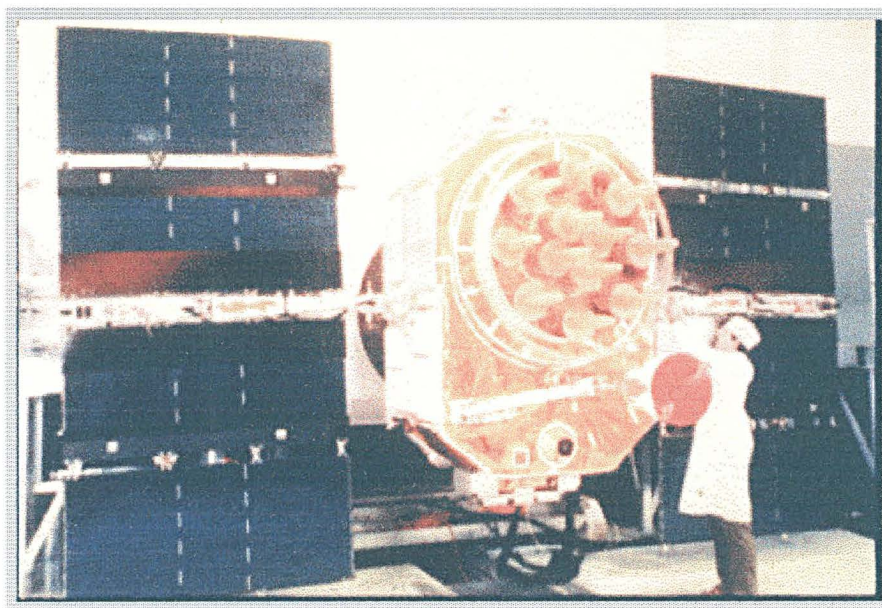
4.1 INTRODUÇÃO

Nos primórdios da era dos satélites artificiais, a primeira força não-gravitacional importante a ser detectada estava associada a um efeito que influenciou consideravelmente a órbita dos primeiros satélites de baixa altitude, o efeito do arrasto atmosférico. Atualmente, o número de satélites com altitudes orbitais muito acima de 1.000 km (aproximadamente 6.000 km para o LAGEOS e 20.000 km para o GPS) é cada vez maior. Para estes satélites de grande altitude as perturbações de origem gravitacional perdem um pouco a sua intensidade, mas em compensação as perturbações associadas à radiação solar ganham terreno no cenário da modelagem orbital e não podem mais ser desprezadas.

Para os satélites do Sistema Global de Posicionamento (GPS), que possuem um formato irregular, a modelagem das forças de pressão de radiação e re-emissão térmica torna-se complicada. O satélite GPS é um satélite estabilizado em três eixos com formato complexo possuindo reflexão e absorção características diferentes para cada

superfície. A Figura (4.1) mostra um satélite GPS do Bloco II e dá uma idéia de seu formato e dimensões.

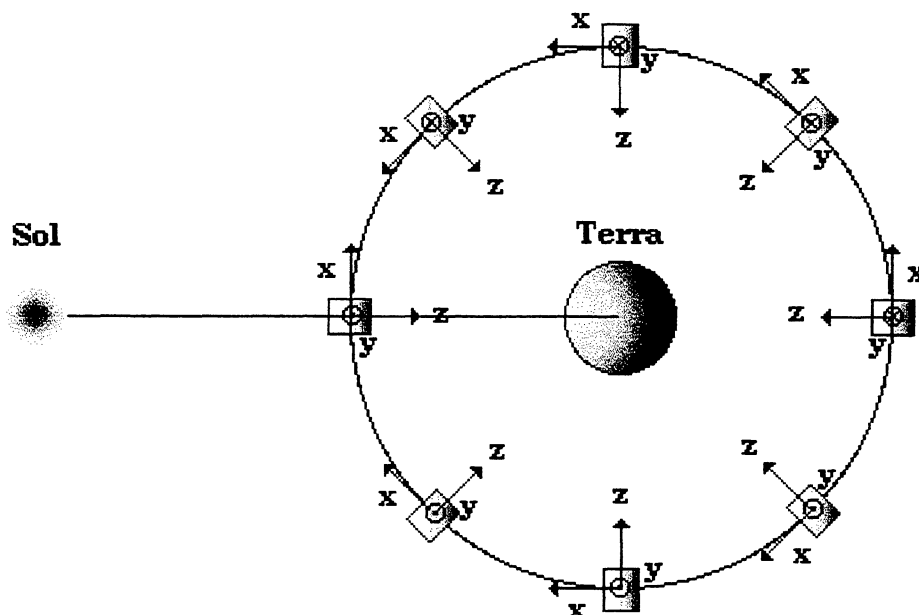
FIGURA 4.1 – SATÉLITE GPS – BLOCO II



Em geral, um sistema fixo de coordenadas é vinculado ao corpo do satélite. O eixo $+Z$ encontra-se ao longo das antenas do satélite GPS e está orientado em direção a Terra. O eixo Y encontra-se ao longo do eixo dos painéis solares e é perpendicular ao plano, Terra-Sol-satélite; seu lado positivo é escolhido de forma que o sistema seja destrógiro. O eixo X completa o sistema de coordenadas e $+X$ encontra-se orientado, sempre, ao longo do semiplano que contém o Sol (Leick, 1995), conforme a Figura (4.2).

As forças de radiação, de forma geral, dependem fundamentalmente, da área da secção reta do satélite em relação à direção de incidência dos raios solares. Esta área sofre alterações constantes durante a revolução do satélite em torno da Terra. O ângulo de incidência da radiação nas diferentes superfícies que compõe o satélite, também, é alterado. Algumas partes do veículo serão sombreadas por outras partes, etc.

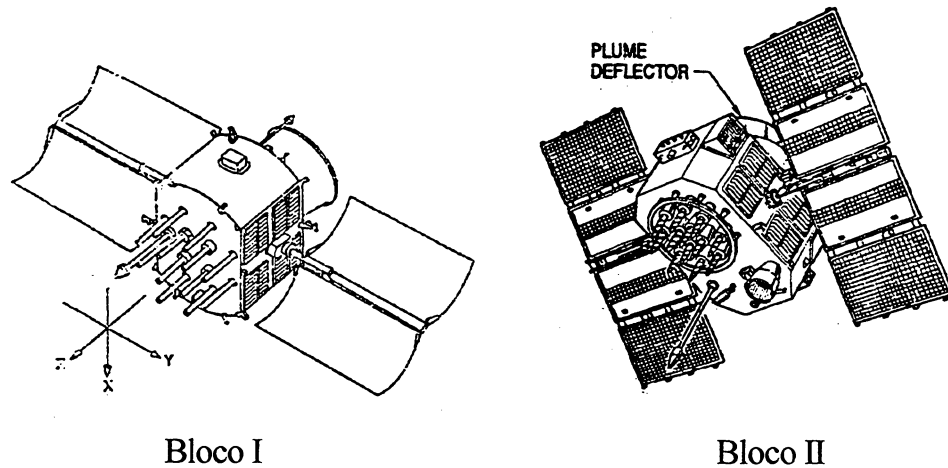
FIGURA 4.2 – SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS FIXO NO SATÉLITE GPS.



Portanto, o cálculo das forças de perturbação no satélite costuma ser realizado separadamente para cada uma das superfícies do satélite (plana ou cilíndrica).

Atualmente, a modelagem da pressão de radiação solar é realizada utilizando como base o modelo Porter (1976) fornecido pela Rockwell International companhia responsável pelos satélites GPS dos Blocos I e II. Os programas que utilizam este modelo são chamados de ROCK4 (*Fliegel et al.*, 1985) para o Bloco I e ROCK42 (*Fliegel & Gallini*, 1989) para o Bloco II. Os modelos Rockwell tratam a pressão de radiação no sistema de coordenadas do próprio satélite GPS, descrito acima. O satélite GPS possui controle de atitude e, portanto, cada vez que a configuração padrão sofre alterações são realizadas manobras para redirecionar corretamente o sistema (xyz) GPS.

Devido à condição de que: “o Sol deve estar no plano de simetria do satélite GPS” (condição de posicionamento do eixo Y) a pressão de radiação terá componentes apenas nas direções x e z . Porém, pode ser comprovada através de observação a

FIGURA 4.3 - SATÉLITES GPS – BLOCO I E BLOCO II

existência de uma força na direção y , conhecida como “ Y -bias” . São apontadas três possíveis causas para o Y -bias:

- 1) os painéis solares não se encontram alinhados em relação ao corpo do satélite e ao eixo Y de forma que, o ângulo de incidência dos raios solares não é igual a zero;
- 2) os sensores solares não estão perfeitamente alinhados com o eixo Z . Desvios angulares de $0,5^\circ$ a 1° podem explicar as acelerações transversais associadas ao Y -bias (Fliegel et al., 1985);
- 3) o calor gerado pelo corpo do satélite é irradiado preferencialmente do lado $+Y$.

Para os Blocos I e II, Figura (4.3), o lado anterior ($+Z$) e o lado posterior ($-Z$) do satélite são considerados "planos". O lado $+X$ e os painéis solares são tratados como planos apesar de serem na verdade, superfícies curvas. Alguns componentes são tratados como cilíndricos embora na verdade sejam superfícies cônicas, como por exemplo a antena (TT&C). Os adaptadores das antenas de navegação são considerados cilíndricos e as antenas são tubos transparentes contendo elementos helicoidais e seu efeito pode ser negligenciado.

TABELA 4.1 - DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS: BLOCO I – CORPO

| Componentes | Área (m ²) | μ | ν | α |
|-----------------------|------------------------|-------|-------|----------|
| Lateral-body + X | 1,055 | 0,80 | 0,50 | 0,50 |
| Posterior-body (-Z) | 0,816 | 0,80 | 0,86 | 0,14 |
| Lateral-engine | 0,570 | 0,75 | 0,86 | 0,14 |
| Posterior-engine (-Z) | 0,694 | 0 | 0 | 1 |
| TT&C Lateral-antena | 0,055 | 0,05 | 0,28 | 0,72 |
| TT&C Ponta-antena | 0,019 | 0,85 | 0,28 | 0,72 |
| Adaptador-antena | 0,029 | 0,75 | 0,36 | 0,64 |
| Anterior-body (+Z) | 1,510 | 0,75 | 0,86 | 0,14 |
| Média proporcional | 4,748 | 0,652 | 0,642 | 0,358 |

Fonte Parcial: Fliegel & Gallini, 1992.

TABELA 4.2 - DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS: BLOCO I – PAINÉIS

| Componentes | Área (m ²) | μ | ν | α |
|--------------------|------------------------|-------|-------|----------|
| Painéis solares | 5,583 | 0,85 | 0,23 | 0,77 |
| Mastros | 0,470 | 0,85 | 0,85 | 0,15 |
| Média proporcional | 6,053 | 0,85 | 0,278 | 0,722 |

Fonte Parcial: Fliegel & Gallini, 1992.

TABELA 4.3 - DIMENSÕES E PARÂMETROS OTICO: BLOCO II – CORPO

| Componentes | Área (m ²) | μ | ν | α |
|-----------------------|------------------------|-------|-------|----------|
| Lado + X | 1,553 | 0,20 | 0,56 | 0,44 |
| POsterior-body (-Z) | 2,152 | 0,20 | 0,56 | 0,44 |
| Lateral-engine | 0,649 | 0,20 | 0,56 | 0,44 |
| Posterior-engine (-Z) | 0,729 | 0 | 0 | 1 |
| TT&C antena | 0,105 | 0,20 | 0,28 | 0,72 |
| Adaptador-antena | 0,181 | 0,20 | 0,36 | 0,64 |
| Anterior-body (+Z) | 2,881 | 0,20 | 0,56 | 0,44 |
| Média proporcional | 7,521 | 0,20 | 0,551 | 0,449 |

Fonte Parcial: Fliegel & Gallini, 1992.

TABELA 4.4 - DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS: BLOCO II – PAINÉIS

| Componentes | Área (m ²) | μ | ν | α |
|--------------------|------------------------|-------|-------|----------|
| Painéis solares | 10,866 | 0,85 | 0,23 | 0,77 |
| Mastros | 0,985 | 0,41 | 0,52 | 0,48 |
| Média proporcional | 11,851 | 0,813 | 0,254 | 0,746 |

Fonte Parcial: Fliegel & Gallini, 1992.

Desta forma a modelagem das forças de radiação, em geral, é complexa e exige o conhecimento não apenas de dados referentes a área e coeficientes de refletividade e especularidade (para a pressão de radiação) mas, também, dados precisos de: orientação de cada um destes componentes na superfície do satélite, além da temperatura, densidade, calor específico, condutividade térmica, emissividade, etc. (para a re-emissão térmica).

Neste trabalho propõe-se uma modelagem plano-cilíndrica (PC) que trata o problema de forma simplificada. Os painéis são considerados planos e o corpo do satélite é um cilindro. O raio R e a altura h do cilindro são escolhidos de tal forma que a área da seção reta do cilindro em relação a direção de incidência dos raios solares seja igual a área média da seção reta do satélite GPS. Para os coeficientes de refletividade (ν), especularidade (μ) e absorvidade (α) obtém-se uma média, proporcional a área de cada um dos componentes do satélite listados nas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, com exceção das antenas (destacadas em cinza) que não foram consideradas para este cálculo.

4.2 PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR – ANÁLISE COMPARATIVA

A pressão de radiação solar é definida completamente ao associar-se a cada superfície do satélite um formato (plano, cilíndrico ou esférico), uma área e dois

parâmetros óticos: a refletividade, ν , cujos valores estão entre 0 (preto) e 1 (branco); e a especularidade, μ , com valores de 0 (difuso) a 1 (especular).

A força de pressão de radiação solar pode ser decomposta em três componentes vetoriais: “normal”, “tangencial” e “difusa”, conforme o modelo matemático oficial para os satélites GPS (Porter, 1976, Rockwell International, 1983) dadas pelas equações abaixo

$$\mathbf{F}_N = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} (1 + \mu_i \nu_i) \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{F}_T = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} (1 - \mu_i \nu_i) \sin \beta_i \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_t, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{F}_D = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} \frac{2}{3} \nu_i (1 - \mu_i) \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A, \quad (4.3)$$

onde

i índice da superfície i ;

f função sombra ;

I radiância da fonte de energia (fluxo de energia) ;

c velocidade da luz ;

μ coeficiente de especularidade ;

ν coeficiente de refletividade ;

β ângulo de incidência da radiação solar ;

\mathbf{n}_A versor normal ao elemento de superfície dA_i ;

\mathbf{n}_t versor tangente ao elemento de superfície dA_i ;

dA elemento de superfície ;

A_{ef} área efetiva .

A componente “normal” é perpendicular à superfície do satélite. Ela é produzida pela componente normal da radiação incidente somada à força de recuo produzida pela parte do feixe que é refletida especularmente.

A componente “tangencial” é tangente à superfície e aponta na direção contrária a do Sol. É produzida pela componente tangencial da radiação incidente subtraída da componente refletida especularmente. E a componente “difusa” aponta para a direção normal, porém seu efeito é apenas dois terços da componente “normal” refletida especularmente (*Fliegel & Gallini, 1992*).

4.2.1 Modelo Esférico

Assumindo que é possível associar ao satélite GPS uma esfera (esfera equivalente) com área de seção reta igual a área média da seção reta do corpo do satélite GPS, integra-se as equações (4.1), (4.2) e (4.3) para uma superfície esférica, iluminada por uma fonte de radiação pontual no infinito (raios incidentes paralelos), com ângulo de incidência da radiação solar igual a β , tem-se que

$$\cos \beta = \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' , \quad (4.4)$$

onde \mathbf{p} é o versor-direção do ponto $P(\theta, \phi)$ na superfície da esfera, e \mathbf{p}' o versor-direção da fonte de energia radiante no ponto $P'(\theta', \phi')$

$$\mathbf{p} = \sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z} , \quad (4.5a)$$

$$\mathbf{p}' = \sin \theta' \sin \phi' \mathbf{x} + \cos \theta' \mathbf{y} + \sin \theta' \cos \phi' \mathbf{z} , \quad (4.5b)$$

onde, \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} são os versores que apontam nas direções x , y e z do sistema de referência GPS. O elemento de área dA e o versor \mathbf{n}_A normal à superfície A são dados por

$$dA = R^2 \sin \theta d\theta d\phi , \quad (4.6)$$

$$\mathbf{n}_A = \sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z}. \quad (4.7)$$

Da condição de simetria do eixo y em relação ao Sol tem-se que $\theta' = \pi/2$. Pode-se atribuir um valor qualquer a coordenada ϕ' sem perda de generalidade uma vez que a esfera é um corpo perfeitamente simétrico. Assume-se que $\phi' = \pi/2$ de tal forma que

$$\cos \beta = \sin \theta \sin \phi. \quad (4.8)$$

Os coeficientes de refletividade e especularidade serão iguais em todos os pontos da superfície e as equações (4.1) (4.2) e (4.3) se transformam em

$$\mathbf{F}_{C,N} = -f \frac{I}{c} (1 + \mu\nu) \int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{F}_{C,T} = -f \frac{I}{c} (1 - \mu\nu) \int_{A_{ef}} \sin \beta_i \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_t, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{F}_{C,D} = -f \frac{I}{c} \frac{2}{3} \nu (1 - \mu) \int_{A_{ef}} \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A. \quad (4.11)$$

A componente vetorial “tangencial” da pressão de radiação se anula quando integrada sobre a superfície efetiva (iluminada). Para a componente vetorial “normal” e “difusa” tem-se

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \int_0^\pi \int_0^\pi \sin^2 \theta \sin^2 \phi \cdot R^2 \sin \theta \cdot d\theta d\phi (\sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z}) \quad (4.12)$$

onde as componentes y e z anulam-se restando apenas a componente vetorial x

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \left(\frac{\pi R^2}{2} \right) \mathbf{x}. \quad (4.13)$$

Dadas as condições iniciais para a posição do Sol ($\theta' = \pi/2$ e $\phi' = \pi/2$), tem-se que $\mathbf{x} = \mathbf{n}_\oplus$, e portanto

$$\mathbf{F}_{C,N} = -f \frac{AI}{2c} (1 + \mu\nu) \mathbf{n}_\oplus, \quad (4.14)$$

e através de procedimento semelhante obtém-se a componente vetorial “difusa”

$$\mathbf{F}_{C,D} = -f \frac{4}{9} \frac{AI}{c} \nu (1 - \mu) \mathbf{n}_\oplus, \quad (4.15)$$

onde A é a área da seção reta da esfera e $\hat{\mathbf{n}}_\oplus$ é o versor que aponta do satélite na direção do Sol.

4.2.2 Modelo Cilíndrico

Um satélite GPS cilíndrico possui área de seção reta igual, ou equivalente (cilindro equivalente), à área média da seção reta do corpo do satélite GPS e raio R igual ao raio da esfera-equivalente tratada no item anterior. O cilindro é iluminado por uma fonte de radiação térmica, de tal forma, que os raios incidentes são paralelos e o ângulo de incidência é igual à β . Os versores-posição, \mathbf{p} e \mathbf{p}' , neste caso, são dados por

$$\mathbf{p} = \sin \phi \mathbf{x} + \cos \phi \mathbf{z}, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{p}' = \sin \phi' \mathbf{x} + \cos \phi' \mathbf{z}, \quad (4.17)$$

e, o elemento de área dA e o versor \mathbf{n}_A normal à superfície A são dados por

$$dA = R d\phi dy, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{n}_A = \sin \phi \mathbf{x} + \cos \phi \mathbf{z}. \quad (4.19)$$

Atribuindo-se o valor $\phi' = \pi/2$ para a posição do Sol, obtem-se

$$\cos \beta = \sin \phi. \quad (4.20)$$

Considerando-se coeficientes de refletividade e especularidade iguais em todos os pontos da superfície cilíndrica obtem-se a força de pressão de radiação nas direções normal, tangencial e difusa dadas pelas Equações (4.1), (4.2) e (4.3). A força tangencial da pressão de radiação se anula devido a simetria do cilindro e as forças normal e difusa são obtidas conforme é mostrado a seguir

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \int_0^h \int_0^\pi \sin^2 \phi \cdot R d\phi dy (\sin \phi \mathbf{x} + \cos \phi \mathbf{z}), \quad (4.21)$$

onde a componente \mathbf{z} se anula, restando apenas a componente vetorial \mathbf{x}

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \left(\frac{2(2Rh)}{3} \right) \mathbf{x} = \left(\frac{2}{3} A \right) \mathbf{x}, \quad (4.22)$$

onde, A é a área da seção reta do cilindro. Dadas as condições iniciais para a posição do Sol ($\phi' = \pi/2$), tem-se que $\mathbf{x} = \mathbf{n}_\oplus$, e portanto

$$\mathbf{F}_{c,N} = -f \frac{2}{3} \frac{A_{cil} I}{c} (1 + \mu\nu) \mathbf{n}_\oplus, \quad (4.23)$$

e através de procedimento semelhante obtém-se a força “difusa” da pressão de radiação, como segue

$$\mathbf{F}_{c,D} = -f \frac{\pi A_{cil} I}{6c} \nu (1 - \mu) \mathbf{n}_{\oplus}, \quad (4.24)$$

onde \mathbf{n}_{\oplus} é o versor que aponta do satélite em direção do Sol.

4.2.3 Modelo Plano

Para os painéis solares do satélite GPS a superfície a ser tratada matematicamente é considerada plana e a pressão de radiação é dada por (*Fliegel & Gallini, 1989*)

$$\mathbf{F}_{P,N} = -f \frac{AI}{c} (1 + \mu \nu) \cos^2 \beta \mathbf{n}_A, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{F}_{P,T} = -f \frac{AI}{c} (1 - \mu \nu) \sin \beta \cos \beta \mathbf{n}_t, \quad (4.26)$$

$$\mathbf{F}_{P,D} = -f \frac{2AI}{3c} \nu (1 - \mu) \cos \beta \mathbf{n}_A, \quad (4.27)$$

onde

A área da superfície plana.

Para o caso particular dos painéis do satélite GPS o ângulo de incidência β_i é igual a zero para todos os pontos, uma vez que os painéis encontram-se sempre voltados para o Sol e, portanto, as componentes vetoriais da força de pressão de radiação nos painéis são dadas por

$$\mathbf{F}_{P,N} = -f \frac{AI}{c} (1 + \mu \nu) \mathbf{n}_{\oplus}, \quad (4.28)$$

$$\mathbf{F}_{P,D} = -f \frac{2}{3} \frac{AI}{c} v (1 - \mu) \mathbf{n}_{\oplus}, \quad (4.29)$$

onde, $\mathbf{F}_{P,T} = 0$.

4.2.4 Cálculo das Componentes F_X e F_Z da Força de Pressão de Radiação Solar

A força total (corpo + painéis) da pressão de Radiação Solar (RS) que atua no satélite GPS é dada por

$$\mathbf{F}_{RS} = \mathbf{F}_{C,N} + \mathbf{F}_{C,D} + \mathbf{F}_{P,N} + \mathbf{F}_{P,D}. \quad (4.30)$$

As componentes F_X e F_Z no referencial do satélite GPS são dadas por

$$F_x = -F_{RS} \sin b, \quad (4.31)$$

$$F_z = -F_{RS} \cos b, \quad (4.32)$$

onde

b $\arcsin(\mathbf{z} \cdot \mathbf{n}_{\oplus})$, com $\mathbf{n}_{\oplus} = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}$;

\mathbf{z} versor na direção +z;

\mathbf{r} versor-posição do satélite (sistema de referência centrado na Terra);

\mathbf{r}_s versor-posição do Sol;

\mathbf{n}_{\oplus} versor que aponta do satélite para o Sol.

4.2.5 Funções Aproximadas para a Força de Pressão de Radiação

As componentes F_X e F_Z podem ser representadas de forma aproximada em função do ângulo B entre o Sol e o eixo +Z. Para os modelos ROCK4 e ROCK42 onde

todas as componentes do corpo e dos painéis são consideradas separadamente, as fórmulas seguintes são conhecidas como “versão S” (modelo “Standart”, sem re-emissão térmica) e fornecem a força em unidades de 10^{-5} N (Fliegel & Gallini, 1989).

Modelo S10 - Bloco I

$$F_X = -4,34 \operatorname{sen}(b) + 0,1 \operatorname{sen}(2b + 1,1) - 0,05 \cos(4b) + 0,06, \quad (4.33a)$$

$$F_Z = -4,34 \cos(b) + 0,17 \operatorname{sen}(2b - 0,4) - 0,05 \operatorname{sen}(4b) - 0,06. \quad (4.33b)$$

Modelo S20 - Bloco II

$$F_X = -8,10 \operatorname{sen}(b) + 0,05 \cos(2b) - 0,056 \operatorname{sen}(4b + 1,4) + 0,07, \quad (4.34a)$$

$$F_Z = -7,80 \cos(b) + 0,024 \operatorname{sen}(2b - 0,8) - 0,047 \operatorname{sen}(4b + 0,9) + 0,02, \quad (4.34b)$$

onde, o ângulo b é dado em radianos. A seguir, é feita uma comparação entre as componentes F_X e F_Z , da força de pressão de radiação solar direta, dadas pelas funções aproximadas do modelo ROCK4 e ROCK42 e os valores obtidos através dos modelos plano-esférico e plano-cilíndrico.

4.2.6 Comparação entre os Modelos *Standart* (S20), Plano-Esférico (PE) e Plano-Cilíndrico (PC)

O modelo Porter utilizado por Fliegel (1992) leva em consideração todas as superfícies do satélite GPS dadas pelas Tabelas (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4). As componentes F_X e F_Z da força de pressão de radiação solar, no sistema de referência do GPS, dadas pelas Equações (4.33a) e (4.33b) para o Bloco I (ROCK4) e, (4.34a) e

FIGURA 4.4 – COMPONENTES X E Z DA FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR DIRETA - BLOCO I
MODELOS ROCK42, PE, PC

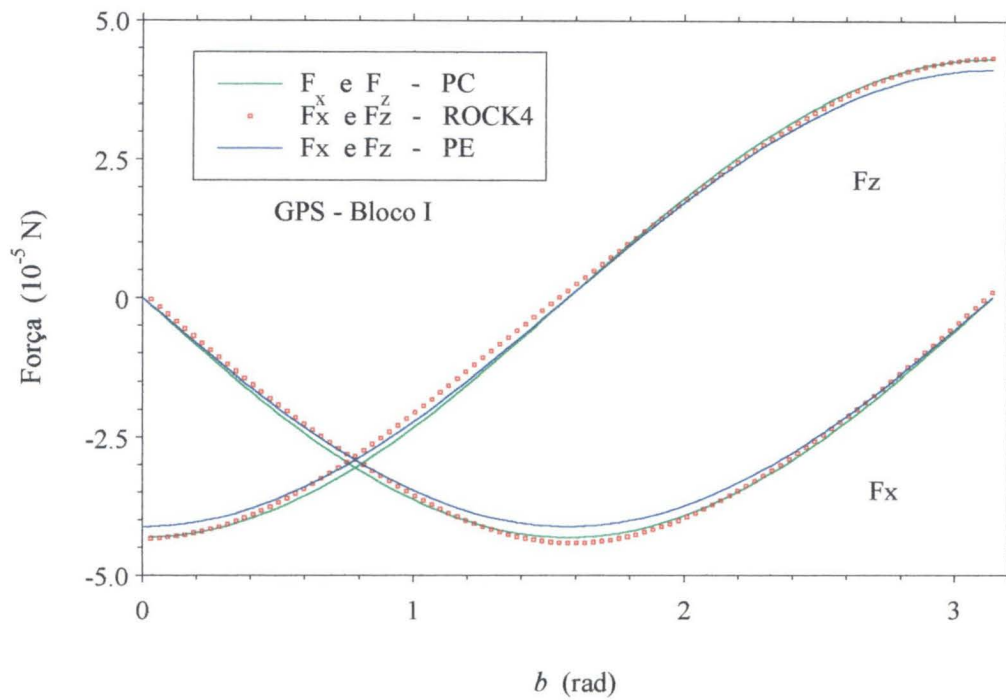
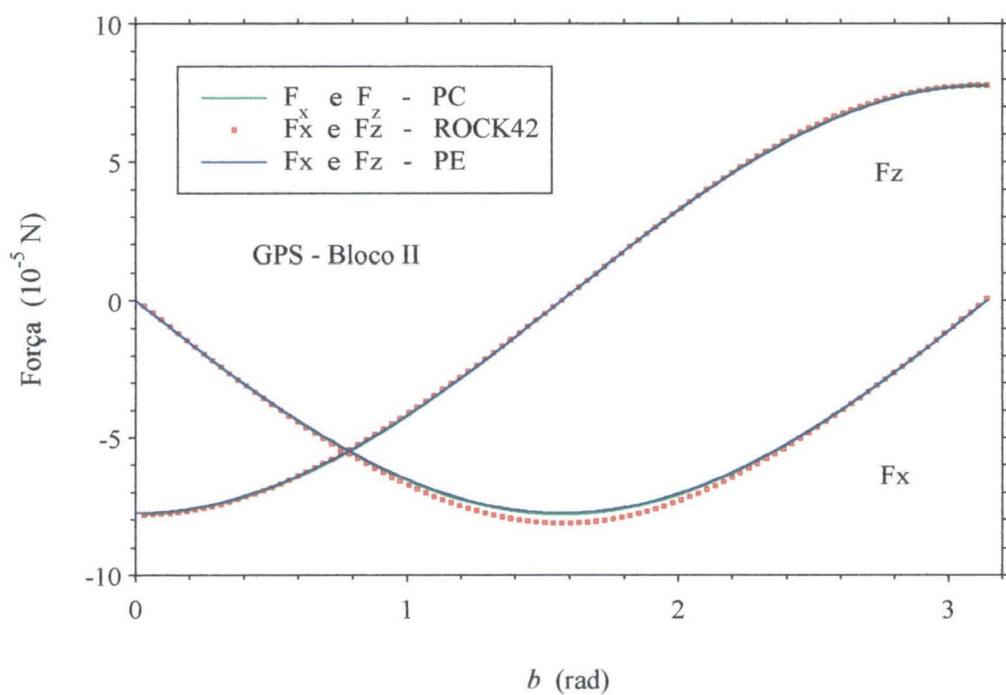


FIGURA 4.5 – COMPONENTES X E Z DA FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR DIRETA - BLOCO II
MODELOS ROCK42, PE, PC



(4.34b) para o Bloco II (ROCK42), são mostradas graficamente em função do ângulo b , onde foram acrescentados os resultados obtidos para essas componentes com o modelo PE e PC. Observe nas Figuras (4.4) e (4.5) que a discrepância entre o modelo S10 e o modelo PE é pequena, da ordem de 10% do valor máximo da força de pressão de radiação, e portanto conclui-se que o modelo simplificado apresenta uma boa concordância com o modelo Porter.

4.2.7 Considerações

A concordância entre os modelos Rockwell e a modelagem PE e PC para a pressão de radiação é melhor do que poderia ser esperado para uma abordagem simplificada que assume apenas valores médios para os coeficientes de refletividade e absorvidade, área de seção reta, etc.

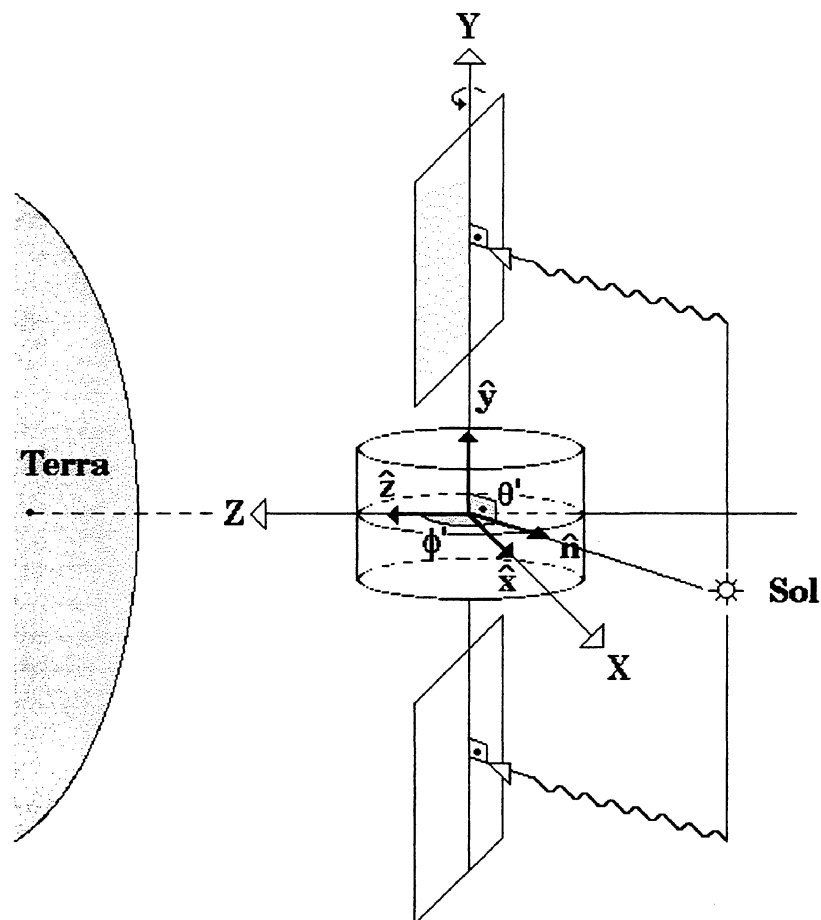
O comportamento das componentes da força de pressão de radiação é, do ponto de vista qualitativo, o mesmo para os dois modelos. Os resultados obtidos indicam de que é possível trabalhar com esta modelagem simplificada (PE ou PC) desde que se façam algumas modificações no sentido de aumentar a acurácia dos resultados obtidos. Uma das possibilidades seria trabalhar com um modelo esférico ou cilíndrico para o corpo do satélite, porém considerando uma área de seção reta variável com dependência em b .

O formato irregular do corpo-GPS resulta em uma área efetiva de absorção de energia, do feixe incidente, variável ao longo de um período orbital. O modelo esférico ou cilíndrico apresenta área efetiva constante e, portanto, não leva em consideração essa variação.

4.3 RE-EMIÇÃO TÉRMICA - FONTE: SOL

Para o satélite GPS cuja atitude é controlada de forma a manter os painéis sempre perpendiculares ao plano Terra-Satélite-Sol e as antenas sempre voltadas em direção a Terra, é necessário analisar a atitude do corpo e dos painéis em relação ao Sol, separadamente, e a análise do problema deverá ser realizada no sistema de referência (xyz) - GPS.

FIGURA 4.6 – SISTEMA DE REFERÊNCIA (XYZ) GPS – MODELO CILÍNDRICO



A colatitude θ' do Sol medida a partir do eixo $+y$ é constante e é igual a $\pi/2$, ou seja, o eixo y é perpendicular ao plano Terra-Sol-Satélite. O controle de atitude faz com

que o Sol esteja sempre no plano de simetria do satélite. A condição de que o eixo $+z$ deve estar orientado sempre em direção a Terra estabelece a existência de uma rotação do corpo do satélite no mesmo sentido e com mesmo período de seu movimento orbital, de tal forma que, o eixo de rotação do corpo em relação ao Sol é o eixo y . À medida que, o satélite GPS se desloca em torno da Terra a longitude ϕ' do Sol medida a partir do eixo $+z$ varia de ϕ'_{\min} a ϕ'_{\max} . Quando $y = w$, $\phi'_{\min} = 0$ e $\phi'_{\max} = 2\pi$. Porém, para o satélite GPS os valores de $\phi' = B$ dependem da orientação do plano orbital em relação aos raios solares incidentes.

4.3.1 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Esférico

O controle de atitude do satélite GPS implica em uma rotação em torno do eixo w para manter as antenas, que se encontram na direção $+z$, sempre orientadas em direção à Terra; uma rotação em torno do eixo z para manter o eixo y perpendicular ao plano Terra-Satélite-Sol e uma rotação apenas dos painéis em torno do eixo y para que os raios solares incidentes sejam perpendiculares aos painéis solares. Toda modelagem da re-emissão térmica é feita para um corpo com um movimento de rotação bem definido e associado a um único eixo do sistema de referência. Como trabalhar com um satélite do tipo GPS que possui rotação em mais de um eixo? Como definir, portanto, o que é efeito noite-dia, e o que é efeito inverno-verão? Embora o controle de atitude seja complexo o resultado final é um aquecimento solar que varia apenas em função da longitude ϕ' do Sol, como se a rotação se desse apenas em torno do eixo y .

Uma vez que, para o Sol, a rotação do satélite é em torno do eixo y é possível fazer uma analogia do sistema cartesiano fixo no GPS com o sistema cartesiano fixo no LAGEOS. Para o LAGEOS tem-se que o eixo de rotação equivale ao eixo z , a longitude da fonte, ϕ' , é contada a partir do eixo x , e a colatitude da fonte, θ , a partir do eixo de rotação. Para o GPS tem-se que o eixo de rotação equivale ao eixo y , a longitude da

fonte, ϕ' , é contada a partir do eixo z , e a colatitude da fonte, θ' a partir do eixo de rotação. Ou seja, os dois sistemas cartesianos são equivalentes mudando apenas a nomenclatura

$$x_L = z_G, \quad (4.35a)$$

$$y_L = x_G, \quad (4.35b)$$

$$z_L = y_G, \quad (4.35c)$$

onde, tem-se x_L , y_L e z_L para o LAGEOS e x_G , y_G e z_G para o GPS. Cabe lembrar ainda que, é possível igualar os eixos z e x do GPS aos eixos x e y do LAGEOS, respectivamente, pois, na modelagem esférica realizada para o LAGEOS, a direção desses eixos é arbitrária. Assumindo um formato esférico para o corpo do satélite GPS, pode-se associar uma esfera equivalente com área de seção reta igual à área da seção reta do GPS real, como foi feito para a pressão de radiação. Neste caso, as componentes a_x e a_z da aceleração para o satélite GPS são dadas pela Equação (3.1) onde os versores \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} do referencial LAGEOS devem ser substituídos pelos versores \mathbf{z} , \mathbf{x} e \mathbf{y} do referencial GPS. A aceleração de re-emissão térmica é dada por

$$\mathbf{a}_c = \frac{1}{4} B_1 [\cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{z} + \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{x}], \quad (4.36)$$

onde, $\phi' = nt$ para $\mathbf{y} = \mathbf{w}$, $\theta' = \pi/2$, $\delta_2 = 0$ e δ_1 é o ângulo de atraso associado ao movimento de rotação em torno do eixo z , com $\omega = n$, o movimento angular médio. Portanto, as componentes a_x e a_z da aceleração no sistema de referência (x, y, z) para o corpo (esférico) do satélite GPS são dadas por

$$a_{c,x} = a_c \sin(b - \delta_1), \quad (4.37a)$$

$$a_{c,z} = a_c \cos(b - \delta_1), \quad (4.37b)$$

respectivamente, pois, na modelagem esférica realizada para o LAGEOS, a direção desses eixos é arbitrária. Assumindo um formato esférico para o corpo do satélite GPS, pode-se associar uma esfera equivalente com área de seção reta igual à área da seção reta do GPS real, como foi feito para a pressão de radiação. Neste caso, as componentes a_x e a_z da aceleração para o satélite GPS são dadas pela Equação (3.1) onde os versores \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} do referencial LAGEOS devem ser substituídos pelos versores \mathbf{z} , \mathbf{x} e \mathbf{y} do referencial GPS. A aceleração de re-emissão térmica é dada por

$$\mathbf{a}_c = \frac{1}{4} B_1 [\cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{z} + \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{x}], \quad (4.38)$$

onde, $\phi' = nt$ para $\mathbf{y} = \mathbf{w}$, $\theta' = \pi/2$, $\delta_2 = 0$ e δ_1 é o ângulo de atraso associado ao movimento de rotação em torno do eixo z , com $\omega = n$, o movimento angular médio. Portanto, as componentes a_x e a_z da aceleração no sistema de referência (x,y,z) para o corpo (esférico) do satélite GPS são dadas por

$$a_{c,x} = a_c \sin(b - \delta_1), \quad (4.39a)$$

$$a_{c,z} = a_c \cos(b - \delta_1), \quad (4.39b)$$

onde, $a_c = (1/4) B_1$ é o módulo da aceleração de re-emissão térmica para o corpo do satélite GPS (esférico) aquecido pelo Sol, e B_1 é dado pela Equação (3.3) onde R é o raio da esfera equivalente para o GPS.

4.3.2 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Cilíndrico

Considerando, agora, que o corpo do satélite é uma superfície cilíndrica, obtem-se as componentes a_x e a_z da aceleração de re-emissão térmica dividindo-se a força F ,

que atua no cilindro de raio R , dada pela Equação (2.45) pela massa M do satélite GPS

$$\mathbf{a}_c = \frac{1}{4} B_1^* [\cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{z} + \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{x}], \quad (4.40)$$

de tal forma que as componentes da aceleração nas direções x e z são dadas por

$$a_{c,x} = a_c^* \sin(\phi' - \delta_1), \quad (4.41a)$$

$$a_{c,z} = a_c^* \cos(\phi' - \delta_1), \quad (4.41b)$$

onde, $a_c^* = (1/4) B_1^*$ com

$$B_1^* = - \frac{(2\pi) \alpha I_0 R h}{3cM \left(1 + \frac{kX_1}{4\varepsilon\sigma T_0^3} \right) (1 + \xi_1^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (4.42)$$

onde, a_c^* é o módulo da aceleração de re-emissão térmica total devida ao aquecimento do corpo-GPS (cilíndrico) pelo Sol.

4.3.3 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Painéis

Para os painéis a aceleração de re-emissão térmica é obtida dividindo a força de re-emissão para os painéis, obtida no Capítulo 2 (Equação (2.48)), pela massa M do satélite GPS

$$\mathbf{a}_p = - \frac{2\varepsilon\sigma}{3cM} \Delta T^4 A_p \mathbf{n}_\oplus, \quad (4.43)$$

ou ainda

$$\mathbf{a}_p = -\frac{2\varepsilon\sigma}{3cM} \Delta T^4 A_p (\cos \phi' \mathbf{z} + \sin \phi' \mathbf{x}), \quad (4.44)$$

ou seja, as componentes da aceleração nas direções x e z são

$$a_{p,x} = -a_p \sin \phi', \quad (4.45a)$$

$$a_{p,z} = -a_p \cos \phi', \quad (4.45b)$$

onde $a_p = \frac{2\varepsilon_p\sigma}{3cM} \Delta T^4 A_p$; e M é a massa do satélite.

A temperatura é igual a 51,7° C (324,86 K) para o lado anterior e 47,0° C (320,86 K) para o lado posterior do painel GPS-Bloco I resultando em uma diferença de temperaturas ΔT , igual a 4,7 K.

Para o Bloco II a temperatura anterior é igual a 57,8° C e a posterior igual a 51,5° C para as componentes do painel usadas na montagem das células fotosensíveis, com ΔT igual a 6,3° C (6,3 K). Porém, para o restante do painel tem-se: temperatura anterior igual a 52,2° C e posterior 46,5° C com ΔT igual a 5,7° C (5,7 K). Para satélites do Bloco II o valor médio de ΔT é igual a 6,0° C (6,0 K). Além disso, assume-se que ΔT é constante, ou seja, a radiância do Sol não depende do tempo.

A aceleração total resultante é obtida através da adição das acelerações de re-emissão térmica devidas ao corpo e aos painéis do satélite GPS

$$\mathbf{a}_x = (a_{c,x} + a_{p,x}) \mathbf{x}, \quad (4.46a)$$

$$\mathbf{a}_z = (a_{c,z} + a_{p,z}) \mathbf{z}. \quad (4.46b)$$

4.4 RE-EMIÇÃO TÉRMICA - FONTE: TERRA

A radiação térmica vinda da Terra também aquece o satélite GPS à medida que este se desloca em sua órbita. O eixo z está sempre orientado em direção à Terra de forma que apenas o lado $+z$ poderá absorver energia do feixe incidente de radiação. A relação entre os eixos cartesianos x , y e z dos satélites LAGEOS e GPS, neste caso, é diferente da relação obtida para o Sol. Do ponto de vista da Terra o movimento de rotação se dá em torno do eixo z , que mantém a sua posição em relação a Terra. Neste caso, o eixo de rotação é o eixo z , a colatitude θ' da Terra é igual a zero e é constante ao longo do tempo. A relação entre os eixos LAGEOS e GPS é dada por

$$x_L = x_G, \quad (4.47a)$$

$$y_L = y_G, \quad (4.47b)$$

$$z_L = z_G, \quad (4.47c)$$

e, como $\theta' = 0$, tem-se que o efeito noite-dia é nulo, restando apenas o efeito inverno-verão, ou seja, a força de re-emissão térmica encontra-se orientada toda na direção do eixo de rotação z . A frequência angular ν_2 associada a variação da colatitude é igual a zero e portanto, $\delta_2 = 0$, $\xi_2 = 0$, $Y_2 = 0$ e $X_2 = 1/R$.

4.4.1 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Esférico

A Equação (4.36) para o corpo esférico transforma-se em

$$\mathbf{a}_c = \frac{1}{2} B_2 \mathbf{z}, \quad (4.48)$$

com

$$B_2 = \frac{-2\alpha I_0}{3c\rho R_s \left(1 + \frac{k}{4\varepsilon\sigma R T_0^3} \right)}. \quad (4.49)$$

Portanto, a aceleração possui apenas a componente na direção z

$$a_{c,z} = a_c, \quad (4.50)$$

onde, $a_c = (1/2) B_2$ é o módulo da aceleração de re-emissão térmica total devida ao aquecimento do corpo-GPS (esférico) pela Terra.

4.4.2 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Corpo Cilíndrico

A Equação (4.38) que fornece a aceleração de re-emissão térmica para o corpo cilíndrico do satélite GPS, neste caso, transforma-se em

$$\mathbf{a}_c = \frac{1}{2} B_2^* \mathbf{z}, \quad (4.51)$$

ou seja, resta apenas a componente vetorial na direção $-z$

$$a_{c,z} = a_c^*, \quad (4.52)$$

onde $a_c^* = (1/2) B_2^*$ com

$$B_2^* = - \frac{(2\pi)\alpha I_0 R h}{3cM \left(1 + \frac{k}{4\epsilon\sigma R T_0^3} \right)}. \quad (4.53)$$

onde, a_c^* é o módulo da aceleração de re-emissão térmica total devida ao aquecimento do corpo-GPS (cilíndrico) pela Terra.

4.4.3 Componentes a_x e a_z da Aceleração de Re-emissão Térmica – Painéis

Deve-se levar em consideração a contribuição da energia térmica, irradiada pela Terra, para o aquecimento dos painéis, porém neste caso, o ângulo de incidência dos raios pode variar de 0 a $\pi/2$. A medida que o satélite se desloca em sua órbita a área da seção reta (área efetiva) dos painéis do satélite vai de zero, $A = 0$, (o painel não intercepta os raios provenientes da Terra), até $A = A_p$, a área do painel solar. Desta forma, a radiância total incidente no painel GPS irá variar ao longo de um período orbital, fazendo com que a diferença de temperatura ΔT entre o lado quente e o lado frio do painel, não seja uma constante, como foi considerado na modelagem realizada no item (3.4) do Capítulo 3.

TABELA 4.5 - SATÉLITES GPS: DATA DE LANÇAMENTO, IDENTIFICAÇÃO E MASSA.

| PRN | SVN | Lançamento | Plano | Bloco | Massa (kg) |
|-----|-----|------------|-------|-------|------------|
| 19 | 19 | 21 Out 89 | A4 | II | 883,2 |
| 17 | 17 | 11 Dez 89 | D4 | II | 883,2 |
| 18 | 18 | 24 Jan 90 | F3 | II | 883,2 |
| 20 | 20 | 26 Mar 90 | B2 | II | 887,4 |
| 21 | 21 | 2 Ago 90 | E2 | II | 883,9 |

Além disso, na Tabela (4.6) são dadas algumas constantes relacionadas aos satélites GPS (Blocos I e II).

TABELA 4.6 - CONSTANTES RELACIONADAS AO SATÉLITE GPS

| Símbolo | Quantidade | Valor numérico | Bloco |
|------------|----------------------------------|---|--------|
| a | semi-eixo maior | $2,6 \times 10^7$ m | I - II |
| e | excentricidade | 0,01 | |
| Ω | ascensão reta do nodo ascendente | $20^\circ/80^\circ/140^\circ/200^\circ/240^\circ/300^\circ$ | |
| n_L | movimento angular médio | $1,4 \times 10^{-4}$ rad s ⁻¹ | |
| I_{0s} | radiância – Sol | 1.368 W m ⁻² | |
| I_0 | radiância – Terra | $62,55$ W m ⁻² | |
| C_p | calor específico (*) | 880 J kg ⁻¹ K ⁻¹ | |
| ϵ | emissividade (*) | 0,25 | |
| k | condutividade térmica (*) | $209,3$ W K ⁻¹ m ⁻¹ | |
| σ | constante de Stefan-Boltzmann | $5,67 \times 10^{-8}$ W m ⁻² K ⁻⁴ | |
| c | velocidade da luz | $2,9979 \times 10^8$ m s ⁻² | |
| I | inclinação orbital | $62,4^\circ$ | I |
| A_{SR} | área média da seção reta – corpo | $2,03$ m ² | I |
| A_P | área dos painéis | $2 \times 2,89$ m = $5,78$ m | I |
| R_{esf} | raio esfera equivalente | $0,80$ m | I |
| R_{cil} | raio cilindro equivalente | $0,92$ m | I |
| h | altura do cilindro | $1,1$ m | I |
| α | absorvidade | $0,36$ | I |
| T_{0s} | temperatura média – Sol | 431 K | I |
| T_{0T} | temperatura média – Terra | 199 K | I |
| I | inclinação orbital | 55° | II |
| A_{SR} | área média da seção reta – corpo | $3,30$ m ² | II |
| A_P | área dos painéis | $2 \times 5,61$ m = $11,22$ m | II |
| R_{esf} | raio esfera equivalente | $1,02$ m | II |
| R_{cil} | raio cilindro equivalente | $1,10$ m | II |
| α | absorvidade | $0,45$ | II |
| T_{0s} | temperatura média – Sol | 456 K | II |
| T_{0T} | temperatura média – Terra | 211 K | II |

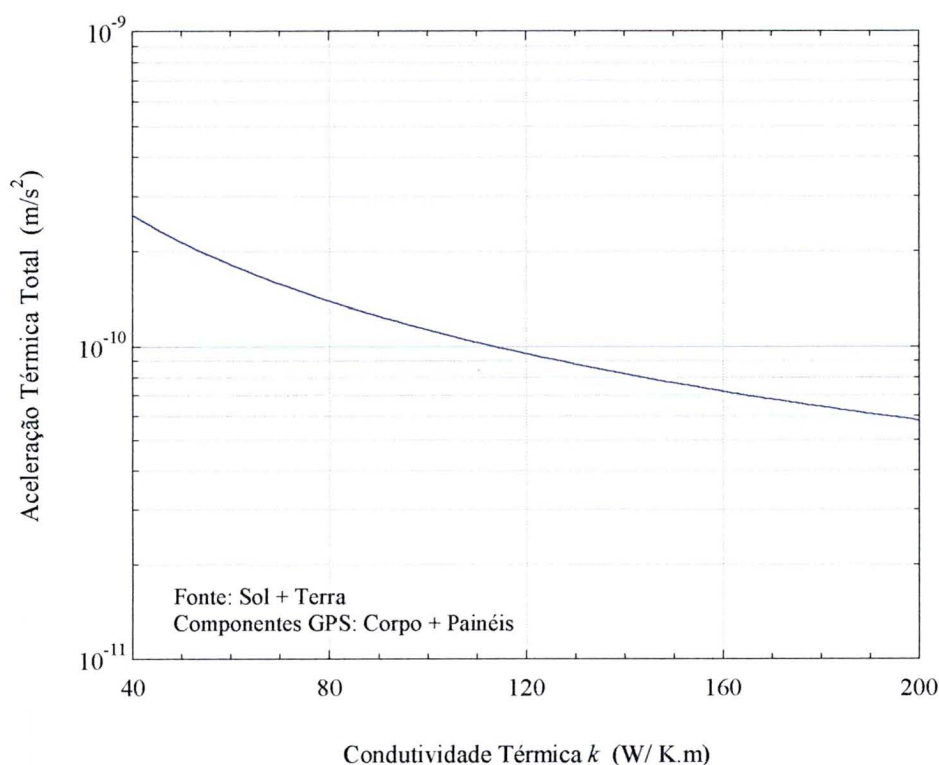
(*) Alumínio

Porém, devido a pequena ordem de grandeza da radiância da Terra, se comparada a radiância do Sol, neste trabalho, não será feita esta análise, e o cálculo da re-emissão térmica nos painéis GPS se restringirá aos valores obtidos para o modelo plano onde a diferença de temperatura, ΔT , entre o lado frio e o lado quente do painel é considerada constante.

4.5 APLICAÇÃO DO MODELO PLANO-CILÍNDRICO

Para o cálculo da aceleração devida a re-emissão térmica foram utilizados os parâmetros médios contidos nas Tabelas (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4). Foram escolhidos cinco satélites GPS de planos diferentes, sendo que o satélite SVN/PRN 17 será o satélite-teste GPS utilizado na aplicação e análise da modelagem plano-cilíndrica desenvolvida neste trabalho.

FIGURA 4.7 – ACELERAÇÃO TÉRMICA TOTAL EM MÓDULO *VERSUS* CONDUTIVIDADE TÉRMICA (SVN 17 – BLOCO II) LONGITUDE $\phi' = 45^\circ$



Na Tabela 4.6, os parâmetros que estão demarcados com um (*) referem-se ao elemento químico alumínio. Existem, no entanto, vários tipos de alumínio com diferenças em termos de resistência, durabilidade, condutividade térmica, etc.

A condutividade térmica k , em especial, é um parâmetro que pode fazer a força de re-emissão térmica variar significativamente, portanto, cabe lembrar aqui, que a ordem de grandeza da força (aceleração) de re-emissão térmica obtidas mais adiante estão fortemente vinculadas as características térmicas do material na superfície do satélite. Neste caso, foi adotado um alumínio padrão, com $k = 209,3 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$. Em geral, a condutividade térmica varia muito de metal para metal, para o Cobre, por exemplo, $k = 389,6 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ e para o Aço, $k = 45 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

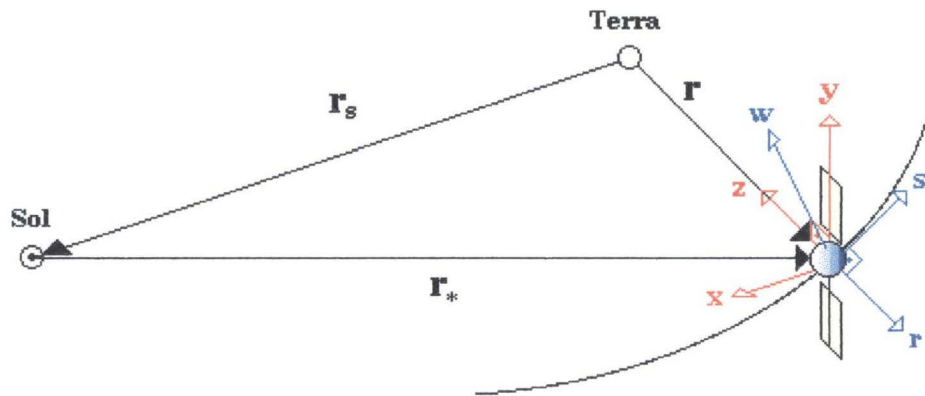
A seguir, com o objetivo de mostrar como diferentes valores de condutividade podem alterar a grandeza da força térmica, na Figura (4.7), é apresentado um gráfico que mostra a dependência do módulo da aceleração de re-emissão térmica com a condutividade. Observa-se que quanto maior a condutividade escolhida, menor é a anisotropia térmica e, portanto, menor a aceleração térmica em questão. Fazendo k variar de 40 a 209,3 ($\text{W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$), obtém-se uma variação na aceleração da ordem de 10^1 m s^{-2} , ou seja, para $k = 40 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ a aceleração é quase dez vezes maior do que para $k = 209,3 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$. Esta diferença significativa realça a importância de se levar em consideração dados precisos a respeito dos materiais utilizados na construção do satélite em análise.

4.5.1 Componentes Vetoriais Radial R, Transversal S e Normal W da Aceleração de Re-emissão Térmica

A relação entre o sistema (xyz)-GPS e o sistema pseudo-orbital ($rs\omega$) é simples e não requer o uso das matrizes de rotação como no caso do LAGEOS. Quando o Sol está no plano orbital do satélite, ou seja, quando $\mathbf{w} = \mathbf{y}$, esta relação é dada simplesmente

por: $\mathbf{z} = -\mathbf{r}$ e $\mathbf{x} = \mathbf{s}$ (ou $-\mathbf{s}$), conforme a Figura (4.8) que mostra de forma esquemática a relação entre os sistemas (xyz) GPS e orbital (rsw) .

FIGURA 4.8 -SISTEMAS DE REFERÊNCIA (xyz) GPS E (RSW) PEUDO-ORBITAL EM RELAÇÃO AO PLANO TERRA-SOL-SATÉLITE



4.5.1.1 Componentes Vetoriais \mathbf{R} , \mathbf{S} e \mathbf{W} – Corpo-GPS (Cilíndrico) – Sol

A aceleração de re-emissão térmica devida ao aquecimento do corpo cilíndrico do satélite pelo Sol, no sistema pseudo-orbital é dada por

$$\mathbf{R} = -a_c^* \cos(\phi' - \delta_1) \mathbf{r}, \quad (4.54a)$$

$$\mathbf{S} = a_c^* \sin(\phi' - \delta_1) \mathbf{s}. \quad (4.54b)$$

Portanto, a aceleração térmica devida ao aquecimento solar contribui com uma componente radial e outra transversal. A componente normal à órbita, neste caso, é nula. Porém, quando $\mathbf{w} \neq \mathbf{y}$, a aceleração \mathbf{a}_c terá componentes nas direções \mathbf{r} , \mathbf{s} e \mathbf{w} , de tal forma que

$$\mathbf{S} = [\mathbf{a}_{c,x} \cdot \mathbf{s}] \mathbf{s}, \quad (4.55)$$

ou, ainda

$$S = a_c^* \sin(\phi' - \delta_1)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{s}), \quad (4.56)$$

e para a componente vetorial normal

$$\mathbf{W} = [\mathbf{a}_{c,x} \cdot \mathbf{w}] \mathbf{w}, \quad (4.57)$$

ou, ainda

$$W = a_c^* \sin(\phi' - \delta_1)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}), \quad (4.58)$$

e, portanto, a aceleração de re-emissão térmica devido ao aquecimento do corpo do satélite pelo Sol tem componentes vetoriais nas direções r , s e w .

No Apêndice 3 são mostradas as relações entre o sistemas (xyz) -GPS, (rsw) pseudo-orbital e o sistema inercial (XYZ) . A transformação para sistema inercial é necessária uma vez que a integração numérica das equações de movimento é realizada no sistema (XYZ) .

Posição, velocidade e intensidade da perturbação de re-emissão térmica são obtidas desta forma, para os satélites GPS e LAGEOS.

4.5.1.2 Componentes Vetoriais \mathbf{R} , \mathbf{S} e \mathbf{W} – Corpo-GPS (Cilíndrico) –Terra

De forma semelhante, tendo a Terra como fonte de energia térmica, obtem-se da Equação (4.52) que a contribuição da Terra é apenas para a direção radial

$$\mathbf{R} = \frac{\pi \alpha I_0 R h}{3cM \left(1 + \frac{k}{4\epsilon \sigma R T_0^3} \right)} \mathbf{r}, \quad (4.59)$$

sendo que, $\mathbf{S} = \mathbf{W} = 0$, para qualquer relação entre os eixos y e w ($\mathbf{w} \neq \mathbf{y}$ e $\mathbf{w} = \mathbf{y}$).

4.5.1.3 Componentes Vetoriais \mathbf{R} , \mathbf{S} e \mathbf{W} – Painéis-GPS - Sol + Terra

E, finalmente, para os painéis obtém-se

$$\mathbf{R} = -a_{pz} \mathbf{r} , \quad (4.60a)$$

$$\mathbf{S} = a_{px} \mathbf{s} . \quad (4.60b)$$

No entanto, quando $\mathbf{w} \neq \mathbf{y}$, a aceleração \mathbf{a}_{px} terá componentes nas direções \mathbf{s} e \mathbf{w} como segue

$$\mathbf{S} = (\mathbf{a}_{px} \cdot \mathbf{s}) \mathbf{s} , \quad (4.61a)$$

$$\mathbf{W} = (\mathbf{a}_{px} \cdot \mathbf{w}) \mathbf{w} , \quad (4.61b)$$

ou seja,

$$S = a_{px} (\mathbf{x} \cdot \mathbf{s}) , \quad (4.62a)$$

$$W = a_{px} (\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}) . \quad (4.62b)$$

4.5.1.4 Componentes \mathbf{R} , \mathbf{S} e \mathbf{W} – Corpo Cilíndrico + Painéis-GPS - Sol+Terra

De forma resumida, as componentes radial R , transversal S e normal W da aceleração de re-emissão térmica que atua no satélite GPS devido a radiação da Terra

e do Sol quando $y = w$, é dada pela soma das Equações (4.54a), (4.54b), (4.59), (4.60a) e (4.60b)

$$R = -a_c^* \cos(\phi' - \delta_1) + \frac{\pi \alpha I_0 R h}{3cM \left(1 + \frac{k}{4\varepsilon \sigma R T_0^3}\right)} + \left(\frac{2\varepsilon \sigma}{3cM} \Delta T^4 A_p \cos \phi'\right), \quad (4.63a)$$

$$S = a_c^* \sin(\phi' - \delta_1) + \left(-\frac{2\varepsilon \sigma}{3cM} \Delta T^4 A_p \sin \phi'\right). \quad (4.63b)$$

4.5.2 Análise do Comportamento Periódico da Aceleração de Re-emissão Térmica

Na Figura (4.9) é possível observar o comportamento da componente radial R da aceleração de re-emissão térmica ao longo de um intervalo de tempo de 24 horas, ou seja, aproximadamente, dois períodos orbitais do satélite GPS, para um conjunto de cinco satélites em diferentes planos. A análise da força de re-emissão térmica foi fracionada em três, ou seja, é considerada a re-emissão térmica devida ao aquecimento: (1) do corpo-GPS pelo Sol, (2) do corpo-GPS pela Terra, e (3) dos painéis-GPS pelo Sol + Terra. A aceleração radial apresenta comportamento senoidal simples, para o intervalo de tempo analisado, alternando valores negativos e positivos ao longo de um período orbital. A aceleração radial média para um ciclo tende a zero para os casos (1) e (3), ou seja, para a re-emissão térmica no corpo-GPS (Sol) e painéis-GPS (Sol + Terra). No caso (2), para a re-emissão associada ao corpo-GPS (Terra) isto não ocorre, pois neste caso a aceleração radial é sempre positiva, ou seja, ela trabalha contra o decaimento orbital do satélite.

Nas Figuras (4.10) e (4.11) a análise se repete, porém desta vez, para a componente transversal S , e normal W , da aceleração de re-emissão térmica, respectivamente. Neste caso, a contribuição da Terra é nula, pois a aceleração devida

ao aquecimento do satélite pela Terra é completamente orientada ao longo do eixo - z GPS, ou seja, a direção radial positiva $+r$.

Na Figura (4.10) observa-se de forma geral que as variações em termos de amplitude para os diferentes planos GPS considerados, é pequena para os ângulos em análise, porém, uma investigação mais detalhada deste aspecto deverá ser realizada futuramente. A seguir, na Figura (4.11) pode-se observar o comportamento da componente normal W , que possui valores nitidamente diferentes para cada plano considerado, além de apresentar pequenas flutuações na magnitude que, no entanto, só podem visualizadas para intervalos de tempo menores.

Quanto à amplitude das acelerações consideradas nos três casos descritos acima, observa-se, que a contribuição da Terra é 10^5 vezes menor do que a contribuição do Sol para a aceleração, no entanto, a menor contribuição de todas é a dos painéis, podendo ser desprezada numa análise inicial.

Finalmente, na Figura (4.12) é realizada uma análise semelhante para os casos (1), (2) e (3) para um intervalo de tempo de 12 meses, ou seja, um ano. Uma vez que a força de re-emissão térmica principal para o satélite GPS está associada ao Sol, é necessária uma análise ao longo de um intervalo de tempo mínimo, de um período orbital do satélite em torno do Sol, ou seja, aproximadamente, um ano. Para o caso (2), re-emissão em relação à Terra, observa-se que a aceleração continua positiva com pequenas flutuações de intensidade ao longo do intervalo considerado. Para os casos (1) e (3), no entanto, os resultados mostram que as componentes da aceleração de re-emissão térmica podem ser ora positivas, ora negativas, dependendo dos meses do ano considerados. Isto significa que a aceleração *along-track* poderá, ser positiva ou negativa, dependendo da semana GPS considerada. E, portanto, o efeito de re-emissão térmica poderá ser dissipativo em certas épocas e antidissipativo em outras.

A Figura (4.13) fornece uma estimativa dos desvios orbitais ao longo das direções radial, transversal e normal para um período de três dias. O erro de posicionamento do satélite acumulado neste intervalo de tempo, para a direção transversal está em torno de 5 metros. As perturbações devido a re-emissão térmica possuem magnitude semelhante ao *Y-bias* e apresentam comportamento qualitativo

similar. A análise inicial realizada neste trabalho indica que pelo menos parte, se não todo, *Y-bias* poderá ser explicado desde que, se tenha uma modelagem adequada das forças de re-emissão térmica que atuam no satélite GPS.

FIGURA 4.9 – COMPONENTE RADIAL DA ACELERAÇÃO TÉRMICA TOTAL *VERSUS* TEMPO

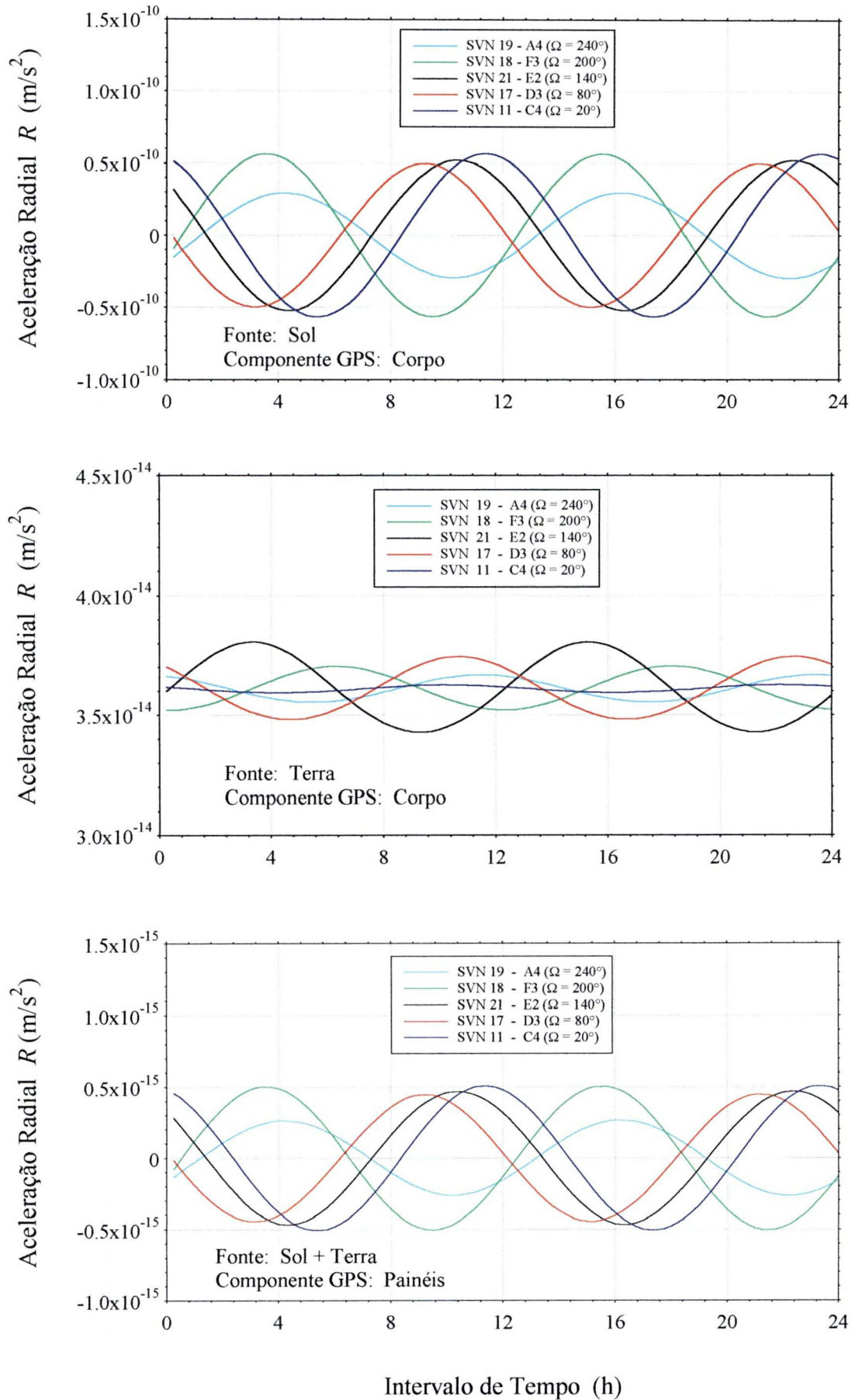


FIGURA 4.10 – COMPONENTE TRANSVERSAL DA ACELERAÇÃO TÉRMICA TOTAL *VERSUS* TEMPO

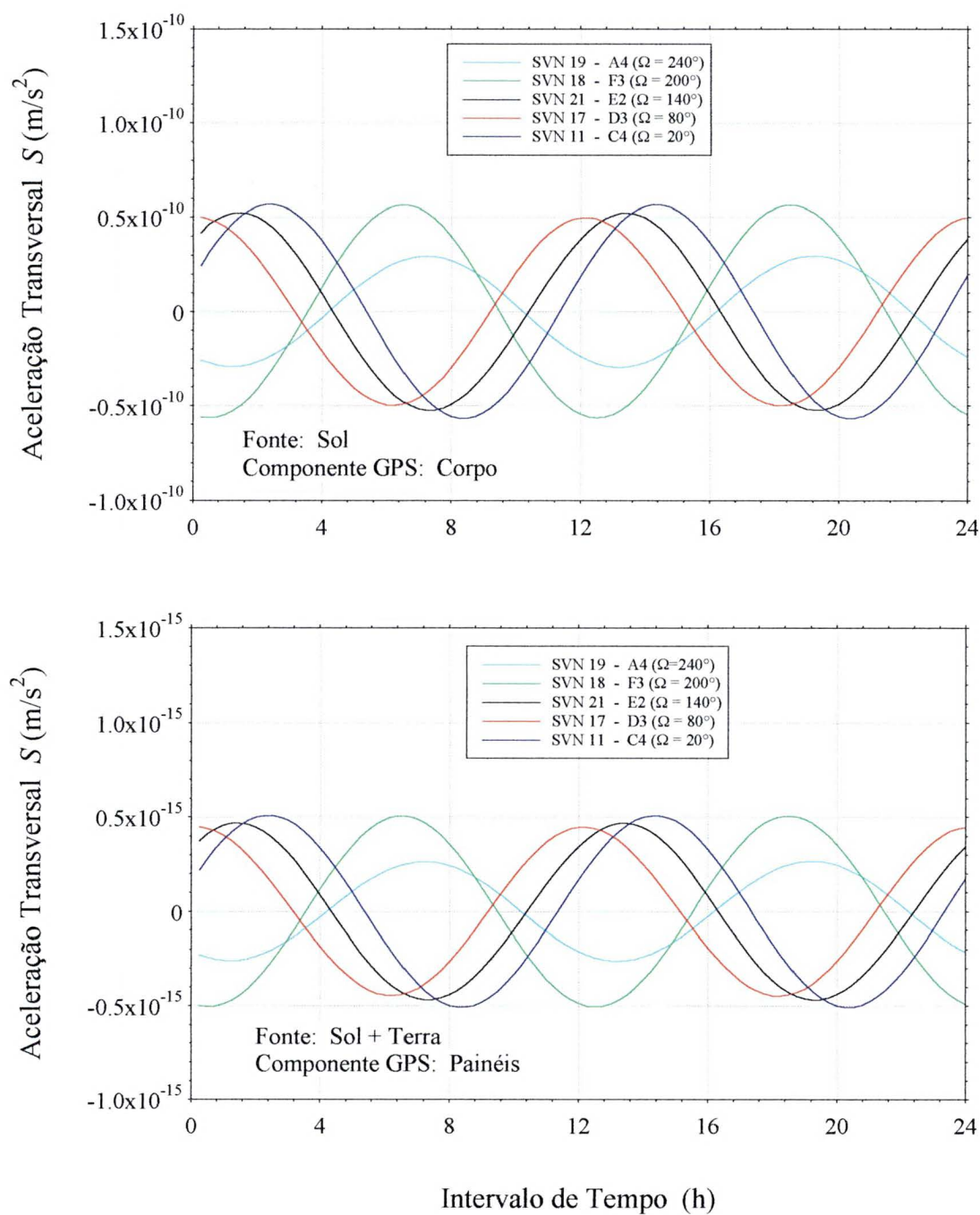


FIGURA 4.11 – COMPONENTE NORMAL DA ACELERAÇÃO TÉRMICA TOTAL *VERSUS* TEMPO

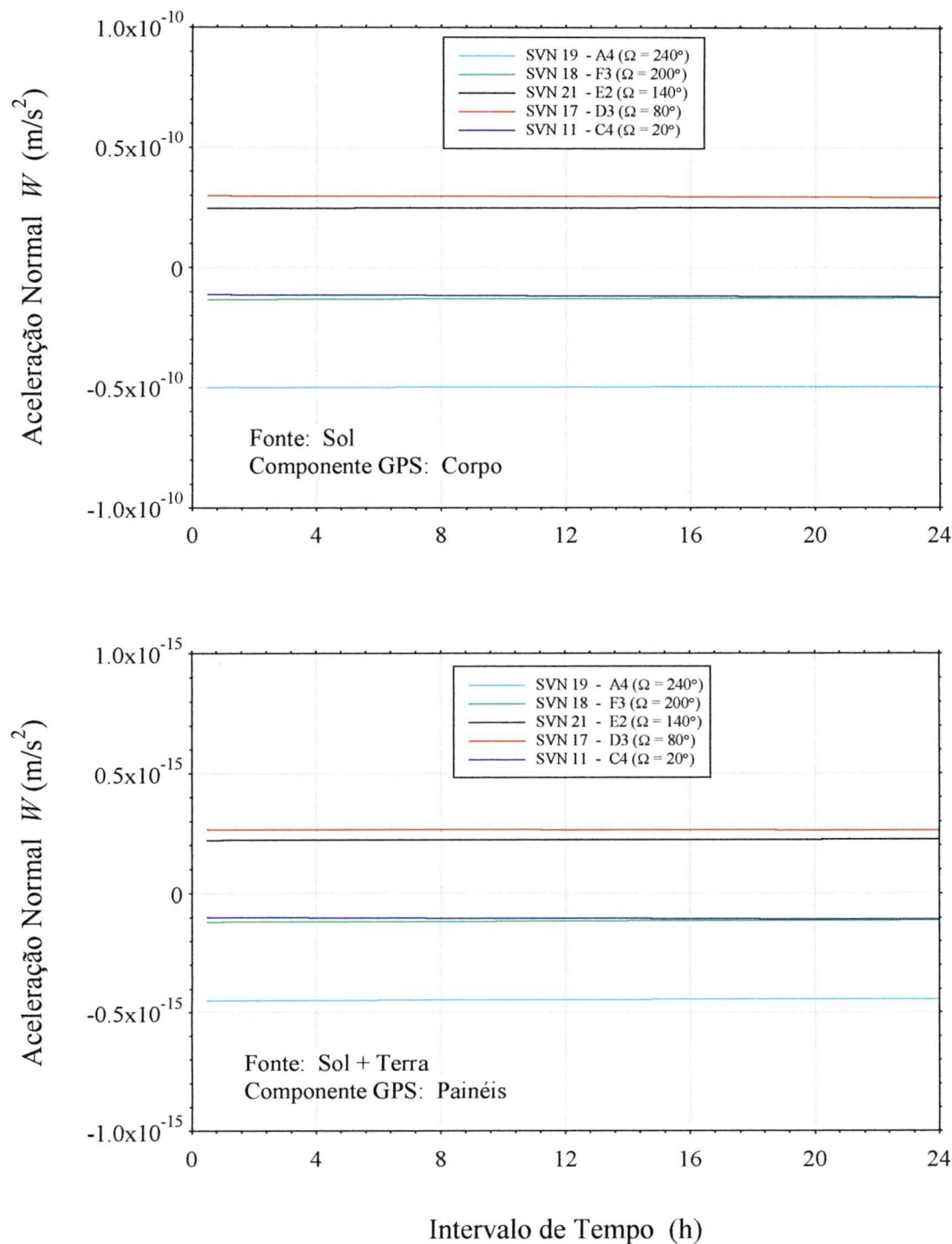


FIGURA 4.12 – COMPONENTES RADIAL, TRANSVERSAL E NORMAL DA ACELERAÇÃO TÉRMICA TOTAL *VERSUS* TEMPO

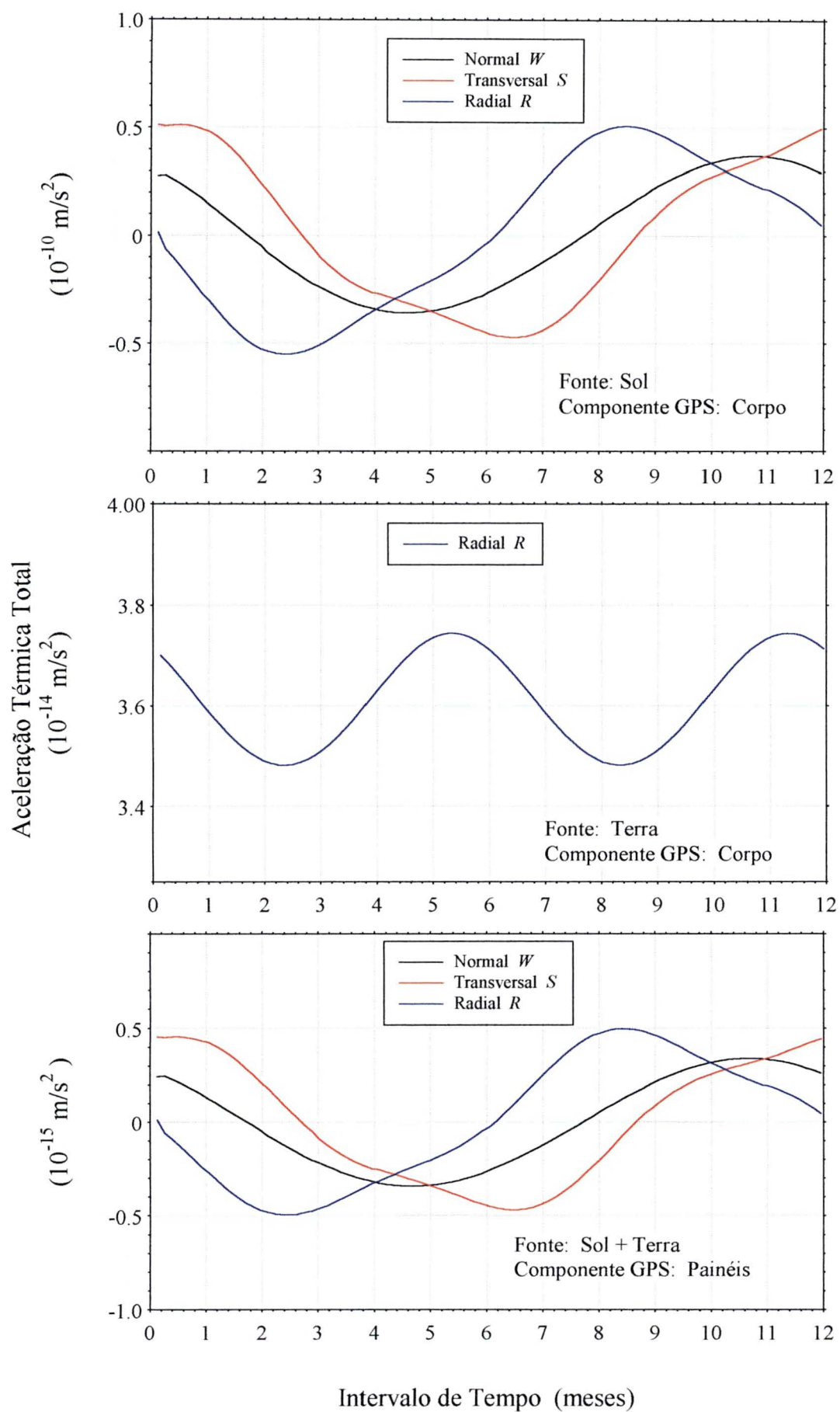
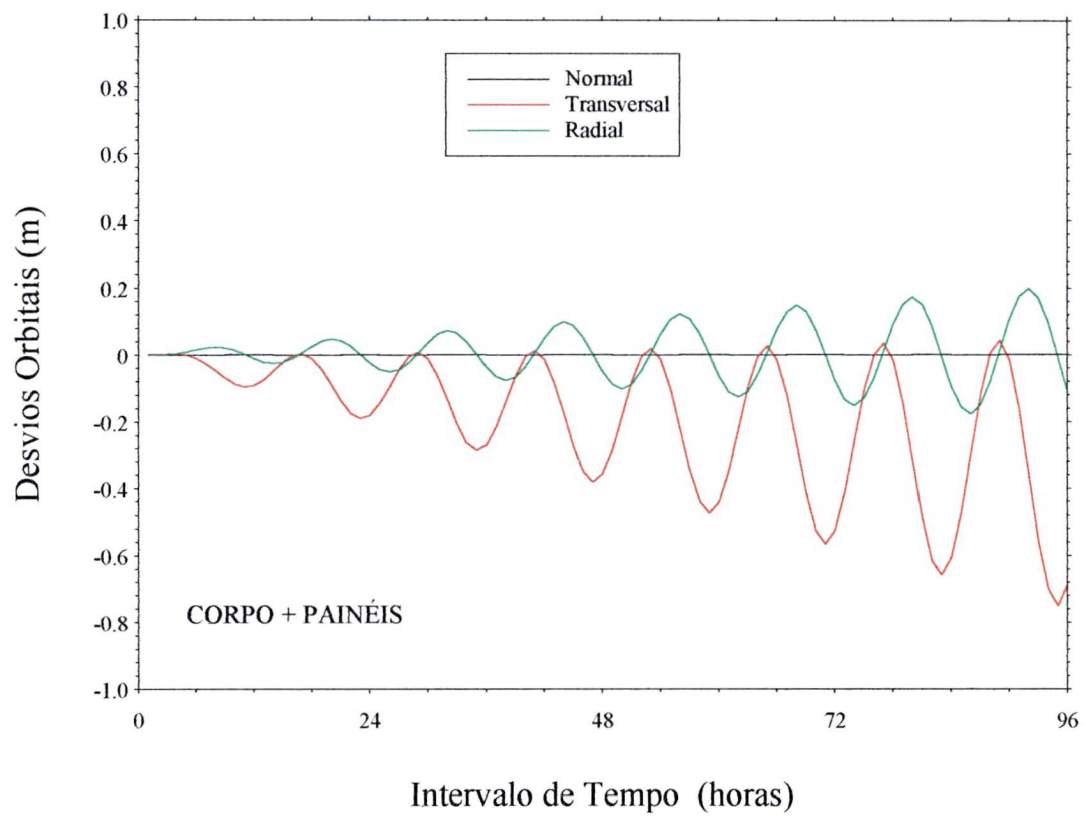


FIGURA 4.13 RESÍDUOS ORBITAIS – RE-EMIÇÃO TÉRMICA
FONTE: TERRA + SOL – SVN 17 – BLOCO II



CAPÍTULO 5

POYNTING-ROBERTSON

5.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Sempre que um corpo em movimento, num dado referencial, estiver emitindo ou re-emitindo energia radiante ele sofrerá a ação de uma força com a mesma direção do movimento, porém com sentido contrário. Esta força é chamada de força Poynting-Robertson e, é basicamente, consequência do efeito Doppler em ondas eletromagnéticas (*Mignard*, 1982, *Wallis*, 1986). Os fótons emitidos no sentido do movimento irão sofrer um acréscimo em sua frequência, e conseqüentemente em sua energia, enquanto que aqueles emitidos no sentido contrário irão sofrer um decréscimo na frequência (e na energia). Quanto maior a velocidade do satélite, maior será a anisotropia na perda de momento, e mais intensa será a força resultante.

O efeito Poynting-Robertson (PR) tem sido tratado como uma correção relativística da Pressão de Radiação Solar: "...a velocidade finita da luz resulta em uma componente não-radial para a pressão de radiação solar direta que leva ao decaimento orbital..." em "The Speed of Gravity – What the Experiments Say" de Tom Van

Flandern; “..Devido ao movimento dos objetos em torno do Sol, a radiação solar incide com um certo ângulo exercendo uma força contrária ao seu movimento...” em Age of the Earth (www.talkorigins.org/faqs/debate-age-of-earth.html) porém algumas fontes associam o efeito Poynting-Robertson não somente a parcela da radiação que é refletida, mas também a parcela de radiação absorvida pelo objeto: “...Efeito Poynting-Robertson: o decréscimo gradual na velocidade orbital de partículas pequenas tais como micrometeoritos em órbita ao redor do Sol se deve a absorção e re-emissão da energia radiante...” em Dictionary of Technical Terms for Aerospace Use (sulu.lerc.nasa.gov/dictionary/r.html); etc.

Ambas as definições estão corretas, pois quando radiação proveniente do Sol incide sobre a superfície de um corpo ela é parcialmente refletida e parcialmente absorvida. O efeito da pressão de radiação se deve a parcela da radiação incidente que é refletida pela superfície do corpo. Do ponto de vista do corpo, em repouso com velocidade $v = 0$, o corpo emissor de radiação, o Sol neste caso, está em movimento com velocidade $v \neq 0$. Portanto, os fótons provenientes do Sol irão incidir com um certo ângulo em relação a direção radial, no referencial do corpo. Para que haja conservação de momento a pressão de radiação terá, além da componente radial, uma componente transversal negativa. Esta componente transversal negativa é o efeito Poynting-Robertson para a pressão de radiação.

Já a parcela da radiação incidente, que é absorvida, depois de um certo tempo será re-emitada em todas as direções. Da mesma forma que, a pressão de radiação, o efeito de re-emissão térmica deverá ser acrescido de uma força transversal negativa, contrária ao movimento, para que haja conservação de momento. Pode-se facilitar a análise do efeito PR na re-emissão térmica analisando o problema do ponto de vista do Sol, ou seja, desta vez o Sol está em repouso com $v = 0$, e o satélite possui velocidade $v \neq 0$. Neste caso, observa-se que há uma perda de momento maior na direção transversal positiva gerando uma força no sentido contrário.

A seguir, a idéia básica do efeito PR é apresentada de forma esquemática na Figura (5.1) que mostra como a energia radiante incidente é absorvida por um corpo esférico, com absorvidade e emissividade de radiação iguais a 1 (caso ideal: $\alpha = \varepsilon = 1$) e

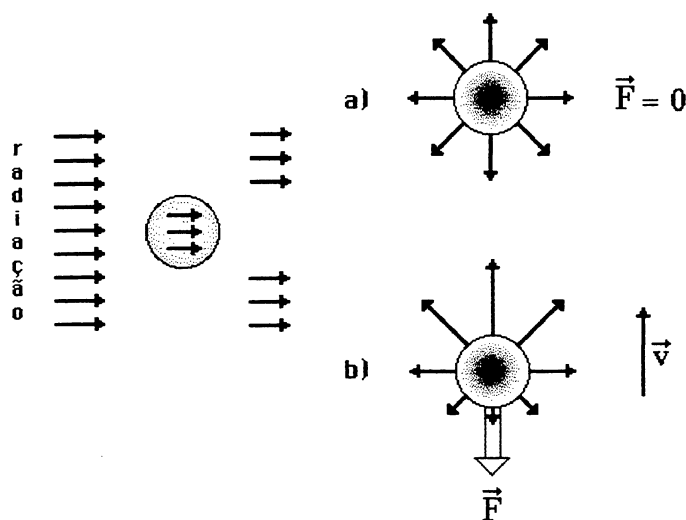
a seguir é re-emitada. No caso (a) o corpo não se encontra em movimento e a re-emissão da energia gera uma perda de momento igual em todas as direções. Neste caso, a força resultante é nula. No caso (b) o corpo está em movimento e existe uma perda de momento maior no sentido do movimento do corpo devido ao efeito Doppler que, aumenta a frequência dos fótons emitidos neste sentido e diminui no sentido contrário, gerando uma força resultante diferente de zero. O efeito desta força, é dissipativo, pois seu sentido é sempre contrário ao da velocidade orbital do satélite, e ele é conhecido como efeito Poynting-Robertson. A força Poynting-Robertson é diretamente proporcional a variação de momento no tempo

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{dm}{dt} \mathbf{v}, \quad (5.1)$$

onde \mathbf{v} é a velocidade do corpo no referencial da fonte de energia.

Na Figura (5.1) não são feitas considerações à respeito da distribuição de temperaturas na superfície do corpo. Para facilitar a compreensão do mecanismo responsável pelo surgimento da força PR é feita a suposição de que a temperatura é igual em todos os pontos da esfera no momento da re-emissão, ou seja, a assimetria na perda de momento se deve apenas ao efeito Doppler.

FIGURA 5.1 – FORÇA POYNTING-ROBERTSON - PERDA DE MOMENTO ASSIMÉTRICA



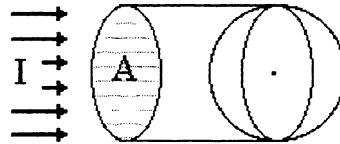
É evidente, que numa situação real de absorção e re-emissão de energia, haverá duas assimetrias sobrepostas: uma devida à anisotropia na distribuição de temperaturas na superfície, e outra devida ao efeito Doppler.

A energia absorvida, num determinado intervalo de tempo, é diretamente proporcional a área da seção reta do corpo, A , e a intensidade da radiação incidente, I

$$\frac{dE}{dt} = I A = \frac{dm}{dt} c^2, \quad (5.2)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{I A}{c^2}. \quad (5.3)$$

FIGURA 5.2 – FLUXO DE ENERGIA ABSORVIDO POR UM CORPO ESFÉRICO COM ÁREA DE SEÇÃO RETA A .



A perda de momento equivale a uma perda de massa que é proporcional a energia absorvida pelo satélite (Figura (5.2)) e, portanto, a força é dada pela seguinte expressão

$$\mathbf{F} = -\left(\frac{I A}{c^2}\right) \mathbf{v}. \quad (5.4)$$

No entanto, se a velocidade radial do satélite em relação à fonte de energia (velocidade de afastamento ou de aproximação entre o satélite e o Sol) for diferente de zero o fluxo de energia incidente sofrerá um decréscimo proporcional a razão entre a

velocidade radial do satélite e a velocidade da luz. Neste caso, a intensidade de radiação I deverá ser substituída por I' , dada por

$$I' = I \left(1 - \frac{v_{rad}}{c} \right). \quad (5.5)$$

Além disso, I depende da distância a fonte de energia radiante (Sol, Terra, etc.) e da absorvidade, α , de radiação na superfície do satélite. Portanto quando a absorvidade de energia radiante for diferente de 1, ou seja, a energia incidente não é 100 % absorvida, deve-se substituir a Equação (5.4) por

$$\mathbf{F} = - \left(\frac{\alpha I A}{c^2} \right) \mathbf{v}, \quad (5.6)$$

onde, considerou-se emissividade $\varepsilon = 1$. Ao se analisar os efeitos da radiação da Terra sobre um satélite artificial, por exemplo, a velocidade radial v_{rad} , será diferente de zero apenas para órbitas elípticas, ou seja, excentricidade $e \neq 0$. Quanto menor for a excentricidade, menor será a diferença entre I e I' , de tal forma que, para órbitas circulares tem-se que $I = I'$.

A análise em relação a radiação do Sol é diferente, pois neste caso, é preciso levar em consideração que existem dois fatores capazes de influenciar a velocidade de afastamento ou aproximação do satélite. O primeiro é o próprio movimento orbital deste em torno da Terra; e o segundo é o movimento orbital do conjunto Terra/satélite em torno do Sol: a excentricidade da órbita da Terra é responsável pela existência de uma velocidade radial v_{rad} a mais, para ser levada em consideração.

Porém para a maioria dos casos (excentricidade pequena), $I = I'$, é uma boa aproximação da realidade.

5.2 SATÉLITE-TESTE: LAGEOS

Para o satélite LAGEOS o efeito Poynting-Robertson está associado a área da seção reta da esfera de raio $R = 0,3$ m, a massa M e a velocidade orbital v conforme a equação da aceleração a seguir

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{\alpha I A}{c^2 M}\right) \mathbf{v}, \quad (5.7)$$

onde, α é a absorvidade na superfície do LAGEOS.

Uma estimativa da velocidade v do satélite é obtida a partir da equação que segue

$$v = \frac{2\pi}{T} r, \quad (5.8)$$

onde, T é o período do movimento orbital do satélite em torno da Terra (ou do Sol) e r é a distância Terra/satélite ou Sol/satélite.

Considerando um referencial inercial terrestre e desprezando o movimento relativo do Sol, neste referencial, é possível realizar uma análise simplificada do efeito Poynting-Robertson. Utilizando os dados da Tabela (3.1) referentes a absorvidade, irradiância do Sol, área da seção reta, massa e parâmetros orbitais ($\Omega = 0,2$ rad, $\omega = 0,2$ rad e $M = 0,1$ rad) pode-se obter alguns valores preliminares para a aceleração PR, conforme a Figura (5.3) que apresenta a aceleração em módulo para diferentes valores de altitude. Nesta Figura observa-se que um satélite do tipo LAGEOS teria uma aceleração PR igual a $4,3 \times 10^{-14}$ m/s² na altitude do GPS. Para 6 000 km (aproximadamente, a altitude do LAGEOS), no entanto, essa aceleração é de $6,3 \times 10^{-14}$ m/s², ou seja, é aproximadamente 50 % maior.

Na Figura (5.4) é feita uma análise semelhante, porém, tomando como variável o raio do satélite LAGEOS (a densidade foi mantida constante); observa-se que dentro da faixa escolhida que varia de 1 mm a 5 m, a aceleração PR vai de 4×10^{-12} a 4×10^{-15} , ou seja, um satélite LAGEOS de 5 m de raio teria uma aceleração PR 1 000 vezes

menor do que um satélite LAGEOS de 1 mm. Portanto, estendendo a análise para outros tipos de satélites artificiais considerando, a relativa diversidade de tamanhos, densidades e formas, concluímos que as dimensões do satélite são fator importante no que se refere a magnitude do efeito Poynting-Robertson.

5.2.1 Análise das Acelerações R , S e W

A aceleração Poynting-Robertson possui apenas as componentes radial a_R e tangencial a_S , sendo que $a_W = 0$ uma vez que, a força PR é sempre paralela ao plano orbital. Para órbitas circulares, a força está completamente orientada na direção $-s$ e neste caso, $a_R = 0$.

5.3 SATÉLITE-TESTE: GPS

Para o satélite GPS a aceleração Poynting-Robertson é dada pela soma do efeito PR para os painéis e para o corpo. A área efetiva corresponde à soma das áreas dos painéis e do corpo do satélite e, portanto, a equação (5.7) se transforma em

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{I (\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2)}{c^2 M} \right) \mathbf{v}. \quad (5.9)$$

onde, α_1 e α_2 são os coeficientes de absorvidade associados as áreas A_1 e A_2 do corpo e dos painéis GPS, respectivamente.

Considerando a órbita do satélite GPS como sendo aproximadamente circular tem-se que, as componentes a_x e a_z da aceleração são dadas por

$$a_x = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}, \quad (5.10)$$

$$a_y = \mathbf{a} \cdot \mathbf{y}, \quad (5.11)$$

$$a_z = 0, \quad (5.12)$$

e, para $\mathbf{w} = \mathbf{y}$ tem-se que $a_y = 0$, e $a_x = \pm a$. Ou seja, a aceleração está toda ao longo da direção x GPS.

Uma primeira análise, mostra a aceleração PR em módulo, com $a = \pm a_x$ (condição $\mathbf{w} = \mathbf{y}$) para altitudes entre 6 000 km e 20 000 km (Figura (5.5)). Não foi considerado nenhum satélite GPS em particular, de forma que foram assumidos, para este gráfico, valores médios para massa, e demais parâmetros. Quando a órbita é circular (excentricidade $e \approx 0$) a aceleração Poynting-Robertson não possui a componente a_z . O efeito PR torna-se mais significativo para satélites de baixa altitude, porém sua magnitude está sempre em torno de 10^{-13} m/s^2 .

5.3.1 Análise das Acelerações R , S e W

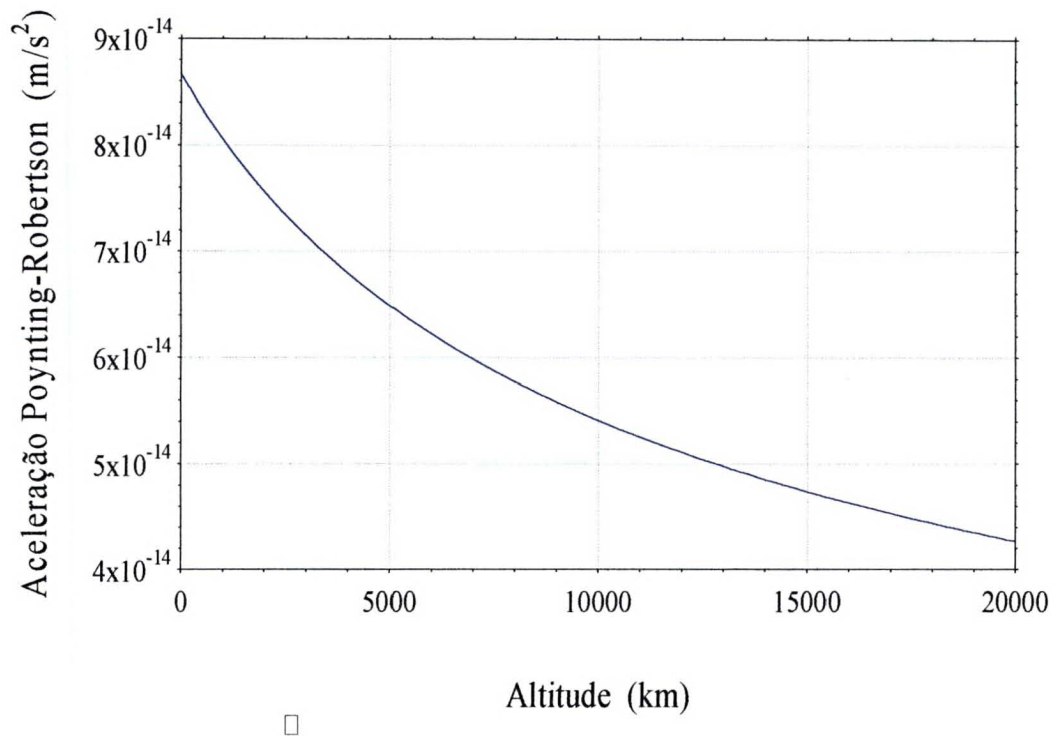
A Figura (5.6 a) mostra as componentes a_R e a_S da aceleração PR (SVN 17) para um intervalo de tempo de 24 horas, ou seja, dois períodos GPS. Ambas as componentes, sofrem variações neste intervalo de tempo, uma vez que, ao longo de uma revolução existem pequenas variações na velocidade e na distância do satélite em relação ao Sol. A área da seção reta dos painéis é constante uma vez que estes estão sempre voltados para o Sol, porém a área da seção reta efetiva do corpo do satélite GPS deve variar. Esta variação não é considerada neste trabalho, uma vez que, é adotado um valor médio padrão que é constante ao longo de um ciclo.

A componente a_R da aceleração apresenta um valor máximo em torno de $7,2 \times 10^{-15} \text{ m/s}^2$ sendo que a_R alterna valores positivos e negativos para um ciclo de forma que

em média $a_R \approx 0$. Já, para a componente a_S obtem-se máximos em torno de $-7,0 \times 10^{-13} \text{ m/s}^2$ e a aceleração é sempre negativa como esperado.

Na Figura (5.6 b) novamente tem-se as componentes a_R e a_S porém desta vez para um intervalo de tempo de 12 meses, ou um ano. O comportamento da aceleração PR é semelhante ao da Figura (5.6 a) e, portanto, não apresenta grandes variações associadas ao movimento da Terra em torno do Sol.

**FIGURA 5.3 – ACELERAÇÃO POYNTING-ROBERTSON EM MÓDULO
VERSUS ALTITUDE SATÉLITE-TESTE: LAGEOS**



**FIGURA 5.4 - ACELERAÇÃO POYNTING-ROBERTSON EM MÓDULO
VERSUS RAIO DO SATÉLITE SATÉLITE-TESTE: LAGEOS**

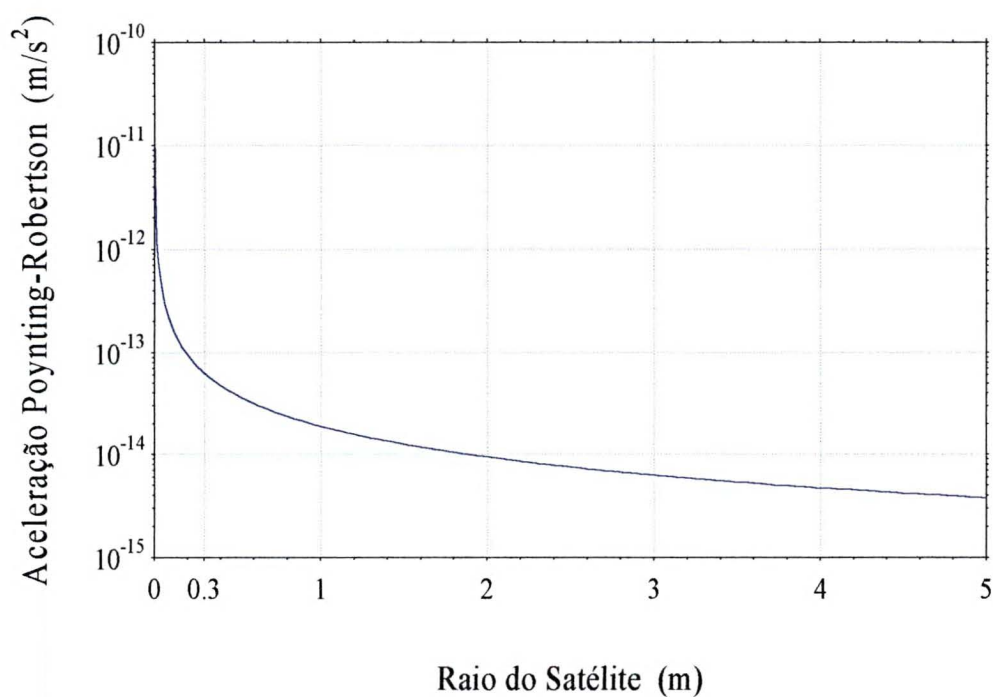


FIGURA 5.5 – ACELERAÇÃO POYNTING-ROBERTSON EM MÓDULO *VERSUS* ALTITUDE BLOCOS I E II (PARÂMETROS MÉDIOS)

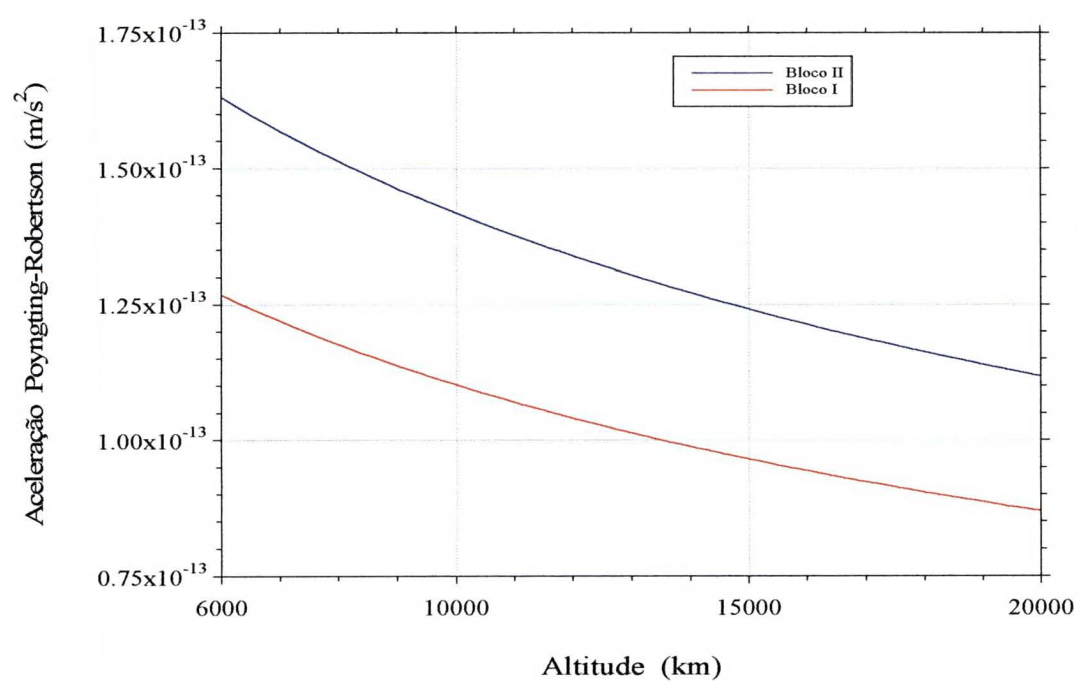


FIGURA 5.6 – ACELERAÇÕES RADIAL R E TRANSVERSAL S POYNTING-ROBERTSON *VERSUS* INTERVALO DE TEMPO SATÉLITE--TESTE: GPS

(A) DE 0 A 24 HORAS ; (B) DE 0 A 12 MESES

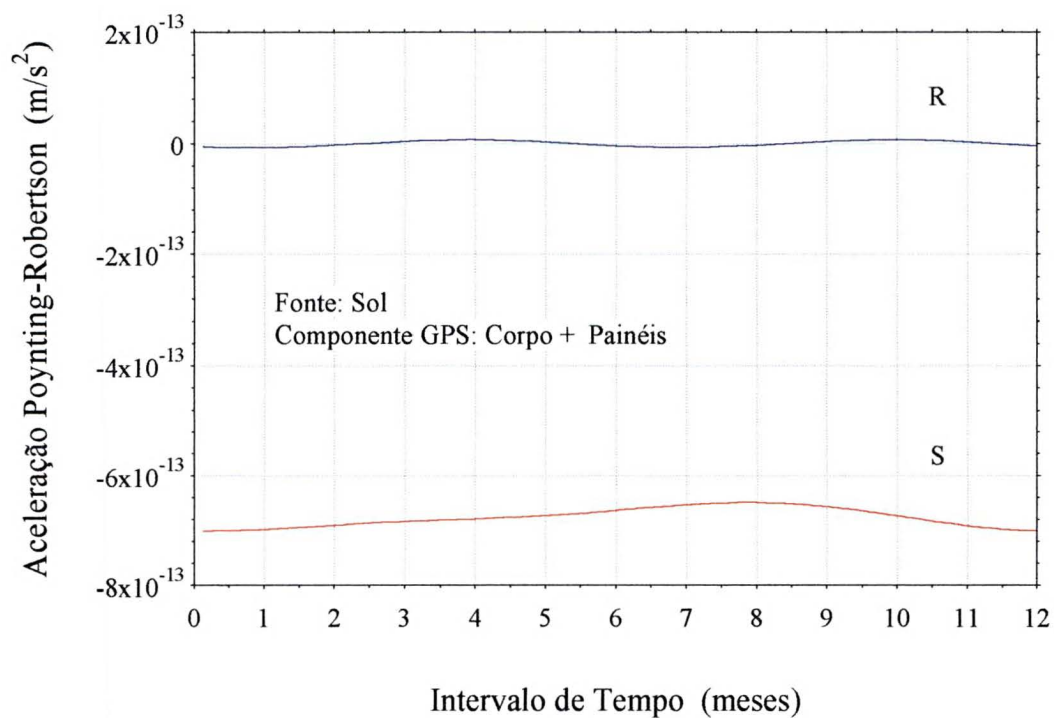
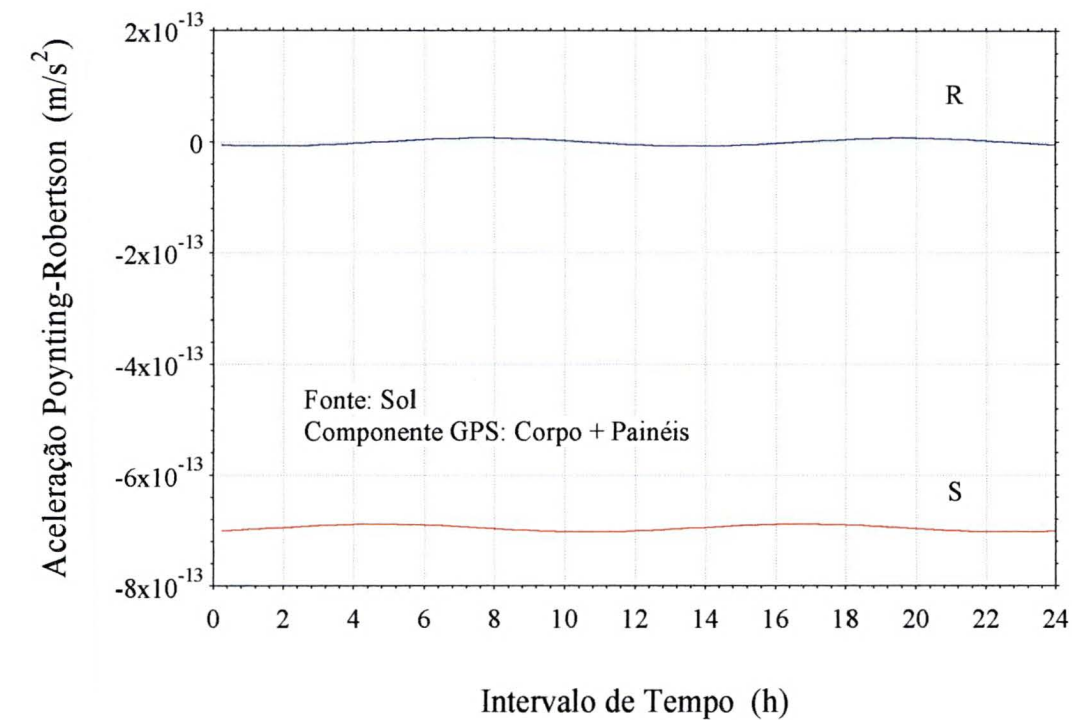
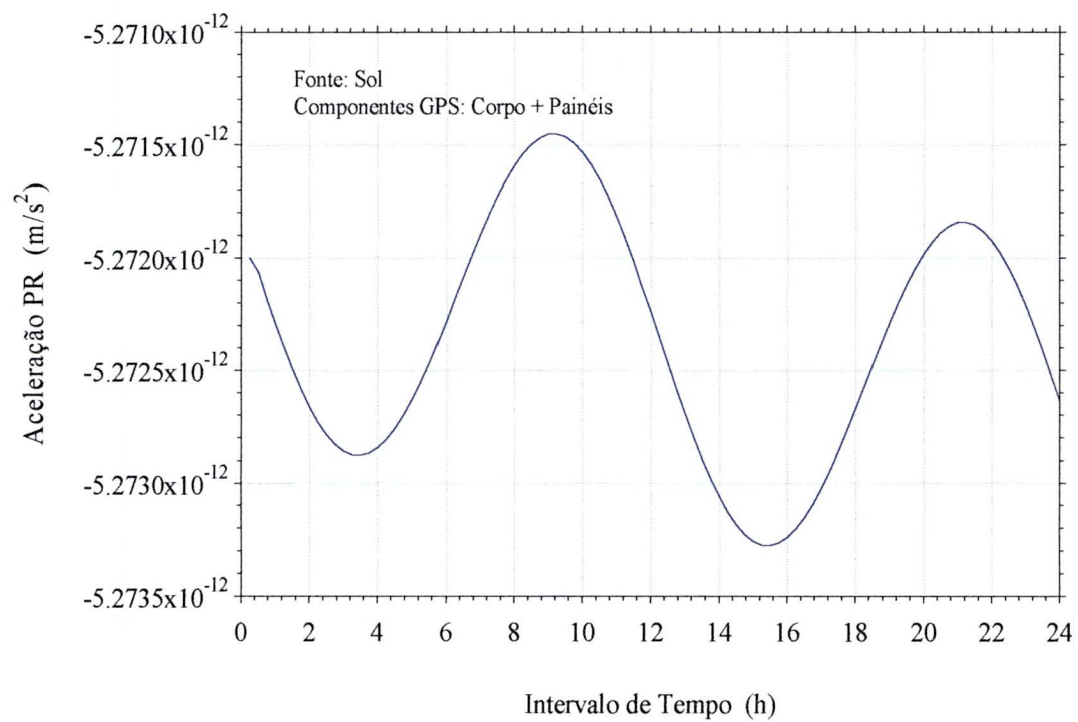


FIGURA 5.7 – ACELERAÇÃO POYNTING-ROBERTSON NO REFERENCIAL SOLAR *VERSUS* TEMPO



CAPÍTULO 6

6.1 CONCLUSÕES

A re-emissão térmica aqui apresentada é um efeito que resulta da ação conjunta de dois outros efeitos complementares: o efeito noite-dia e o efeito inverno-verão. A modelagem das forças inverno-verão e noite-dia fornece numa visão clara, das características individuais de cada efeito e ao mesmo tempo oferece a possibilidade de um tratamento unificado.

A re-emissão térmica possui uma faixa de altitudes, aonde o efeito é máximo, e esta faixa de altitudes é diferente para cada satélite. Existe uma relação entre a altitude, as dimensões do satélite considerado, e a intensidade desses efeitos, que funciona como uma lei de seleção, pois seleciona para cada altitude o satélite que irá sentir com maior intensidade os efeitos da re-emissão térmica. Existem altitudes em que a re-emissão térmica é máxima para um dado satélite e que, portanto, devem ser evitadas.

As forças de re-emissão térmica apresentam algumas características dignas de nota como, por exemplo, a Lei de Seleção para satélites artificiais.

Há uma grande dependência do efeito noite-dia com a velocidade angular de rotação do satélite. Satélites em processo de desaceleração da rotação estarão expostos a mudanças no comportamento da força de re-emissão térmica total, uma vez que, o peso de cada força para o efeito final é muito importante. No caso do Satélite LAGEOS, cujo período de rotação está aumentando com o passar do tempo, não é

mais possível desprezar o efeito noite-dia que, torna-se mais importante a medida que o tempo passa.

A maior parte dos efeitos dissipativos da re-emissão térmica observados no satélite LAGEOS devem-se a Terra, embora a magnitude da força de re-emissão térmica devida ao Sol seja muito maior. O comportamento final em termos de perturbação orbital só pode ser previsto através da análise conjunta dos dois efeitos.

A ausência de controle de atitude, no LAGEOS, implica em um comportamento intrincado da aceleração transversal (*along-track*) que apresenta forte dependência, em termos de periodicidade, com a inclinação do eixo de rotação em relação aos planos orbitais do satélite (Terra e Sol). Para cada configuração da posição do eixo de rotação haverá uma previsão diferente para o comportamento das perturbações orbitais que o satélite deverá experimentar.

A análise dessas configurações deverá contribuir para a obtenção de órbitas mais estáveis, com menos perturbações devido ao efeito de re-emissão térmica.

As perturbações anômalas da órbita do satélite LAGEOS com seus picos de máximo e mínimo são, portanto, perfeitamente previsíveis utilizando o modelo apresentado neste trabalho.

Para o satélite GPS, que possui controle de atitude e formato complexo, a análise da re-emissão térmica mostrou que a aceleração de re-emissão térmica devida ao aquecimento do corpo-GPS pela Terra está, completamente, orientada ao longo da direção radial positiva, contribuindo, portanto para minimizar um eventual decaimento orbital devido as outras componentes. Esta aceleração, no entanto, revelou-se muito pequena se comparada a aceleração devida ao aquecimento do corpo-GPS pelo Sol, aproximadamente 10^5 vezes menor. Além disso, a aceleração devida ao aquecimento dos painéis pela Terra e pelo Sol, também, mostrou-se desprezível, aproximadamente 10^6 vezes menor, se comparada à aceleração devida ao aquecimento do corpo-GPS pelo Sol, que é a principal responsável pelo efeito de re-emissão térmica em satélites GPS.

Além disso, conclui-se que as perturbações orbitais ao longo das direções radial, transversal e normal devidas a re-emissão térmica são significativas e não podem ser desprezadas na modelagem de satélites GPS.

O comportamento dessas perturbações indica que é possível fazer uma analogia com o *Y-bias* e sugere que uma análise mais detalhada da re-emissão térmica no satélite GPS poderia vir a explicar totalmente, ou ao menos, parcialmente, o *Y-bias*.

Uma das principais conclusões do capítulo 5 é que a aceleração Poynting-Robertson é 100 vezes maior do que o efeito da re-emissão térmica associado a Terra (corpo-GPS) e 1000 vezes maior do que a re-emissão térmica nos painéis GPS. No entanto, isto não ocorre para o satélite LAGEOS uma vez que este está mais próximo da Terra e o efeito da re-emissão térmica é maior. Além disso, a relação área-massa é importante, para definir a intensidade desse efeito.

APÊNDICE 1

SISTEMA PSEUDO-ORBITAL (RSW) *versus* SISTEMA INERCIAL (XYZ)

Os versores \mathbf{r} , \mathbf{s} , \mathbf{w} que definem as direções dos eixos que compõe o sistema cartesiano (rsw) estão relacionados aos versores \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} do sistema inercial (XYZ) através de uma matriz de transformação conforme a relação abaixo

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{s} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Desenvolvendo a equação matricial acima obtem-se:

$$\mathbf{X} = P_x \mathbf{r} + Q_x \mathbf{s} + R_x \mathbf{w}, \quad (2)$$

$$\mathbf{Y} = P_y \mathbf{r} + Q_y \mathbf{s} + R_y \mathbf{w}, \quad (3)$$

$$\mathbf{Z} = P_z \mathbf{r} + Q_z \mathbf{s} + R_z \mathbf{w}, \quad (4)$$

ou ainda,

$$\mathbf{r} = P_x \mathbf{X} + P_y \mathbf{Y} + P_z \mathbf{Z}, \quad (5)$$

$$\mathbf{s} = Q_x \mathbf{X} + Q_y \mathbf{Y} + Q_z \mathbf{Z}, \quad (6)$$

$$\mathbf{w} = R_x \mathbf{X} + R_y \mathbf{Y} + R_z \mathbf{Z}, \quad (7)$$

onde

$$P_x = \cos \Omega \cos(\omega + f) - \sin \Omega \cos I \sin(\omega + f), \quad (8)$$

$$P_y = \sin \Omega \cos(\omega + f) + \cos \Omega \cos I \sin(\omega + f), \quad (9)$$

$$P_z = \sin I \sin(\omega + f), \quad (10)$$

$$Q_x = -\cos \Omega \sin(\omega + f) - \sin \Omega \cos I \cos(\omega + f), \quad (11)$$

$$Q_y = -\sin \Omega \sin(\omega + f) + \cos \Omega \cos I \cos(\omega + f), \quad (12)$$

$$Q_z = \sin I \cos(\omega + f), \quad (13)$$

$$R_x = \sin I \sin(\omega + f), \quad (14)$$

$$R_y = -\sin I \cos \Omega, \quad (15)$$

$$R_z = \cos I. \quad (16)$$

Dada uma aceleração perturbadora \mathbf{a}_p qualquer com componentes \mathbf{a}_r , \mathbf{a}_s e \mathbf{a}_w no sistema ($rs w$)

$$\mathbf{a}_p = a_r \mathbf{r} + a_s \mathbf{s} + a_w \mathbf{w} . \quad (17)$$

é possível obter suas componentes \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z no sistema inercial (xyz) substituindo as Equações (5), (6) e (7) em (17)

$$\mathbf{a}_p = [a_r P_x + a_s Q_x + a_w R_x] \mathbf{x} + [a_r P_y + a_s Q_y + a_w R_y] \mathbf{y} + [a_r P_z + a_s Q_z + a_w R_z] \mathbf{z} . \quad (18)$$

De forma semelhante, dada uma aceleração perturbadora \mathbf{a}_p qualquer com componentes \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z no sistema inercial (xyz)

$$\mathbf{a}_p = a_x \mathbf{x} + a_y \mathbf{y} + a_z \mathbf{z} , \quad (19)$$

é possível obter suas componentes \mathbf{a}_r , \mathbf{a}_s e \mathbf{a}_w no sistema ($rs w$) substituindo as Equações (2), (3) e (4) em (19)

$$\mathbf{a}_p = [a_x P_x + a_y P_y + a_z P_z] \mathbf{r} + [a_x Q_x + a_y Q_y + a_z Q_z] \mathbf{s} + [a_x R_x + a_y R_y + a_z R_z] \mathbf{w} . \quad (20)$$

APÊNDICE 2

SISTEMA LAGEOS (IJK) versus SISTEMA PSEUDO-ORBITAL (RSW)

Dois sistemas cartesianos (xyz) e ($rs w$) com origens coincidentes estão relacionados num dado instante inicial t_0 , de tal forma, que seus respectivos versores \mathbf{i}_0 , \mathbf{j}_0 , \mathbf{k}_0 e \mathbf{r} , \mathbf{s} , \mathbf{w} podem ser expressos da seguinte forma: $\mathbf{i}_0 = \mathbf{s}$, $\mathbf{j}_0 = -\mathbf{w}$ e $\mathbf{k}_0 = -\mathbf{r}$. A colatitude inicial θ_0 da fonte de energia térmica é igual a zero. Os movimentos de rotação, translação, e do eixo de rotação irão alterar as condições iniciais. O resultado final pode ser reproduzido se aplicarmos ao sistema (x, y, z) três rotações R_1 , R_2 e R_3 em torno dos eixos x , y e z , respectivamente

$$R_1(\vartheta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ 0 & -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$R_2(nt) = \begin{pmatrix} \cos nt & 0 & -\sin nt \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin nt & 0 & \cos nt \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$R_3(\omega t) = \begin{pmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

De tal forma, que se o sistema de referência (xyz) apresenta o eixo z fora do plano orbital, os vetores unitários \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} serão dados por

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = R_3(\omega t) R_1(\vartheta) R_2(nt) \begin{pmatrix} \mathbf{i}_0 \\ \mathbf{j}_0 \\ \mathbf{k}_0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

A Figura (1) mostra as condições iniciais para os sistemas de referência (xyz) e (rsw) ; e as três rotações do sistema (xyz) : $R_2(nt)$, $R_1(\vartheta)$ e $R_3(\omega t)$.

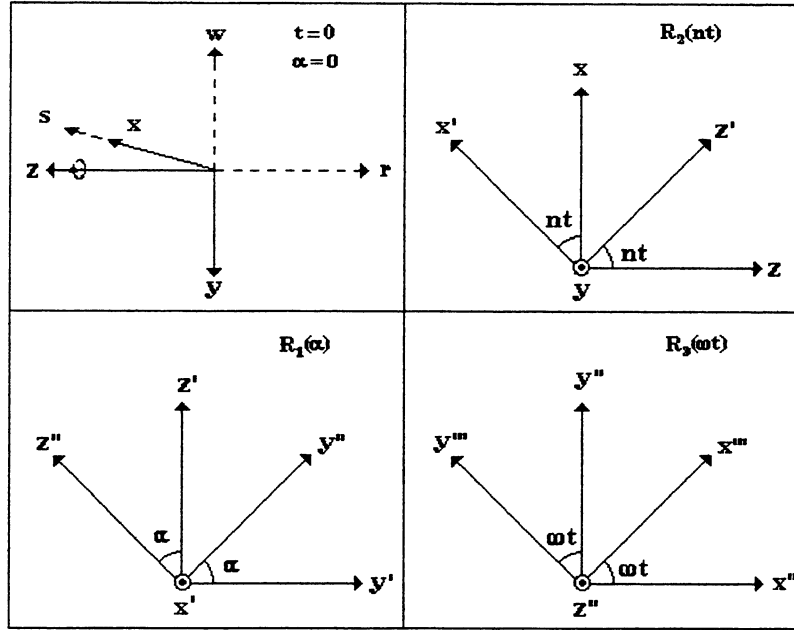
Substituindo \mathbf{i}_0 , \mathbf{j}_0 e \mathbf{k}_0 por \mathbf{s} , $-\mathbf{w}$ e $-\mathbf{r}$, respectivamente obtém-se a relação entre o sistema (rsw) e um sistema (xyz) que se desloca ao redor da Terra com frequência angular igual a n ; rotaciona em torno do eixo z com frequência angular igual a ω e cujo ângulo de inclinação do eixo z em relação ao plano orbital é igual a ϑ

$$\mathbf{i} = (\sin nt \cos \omega t - \cos nt \sin \vartheta \sin \omega t) \mathbf{r} + (\cos nt \cos \omega t + \sin nt \sin \vartheta \sin \omega t) \mathbf{s} + (-\cos \vartheta \sin \omega t) \mathbf{w}, \quad (5)$$

$$\mathbf{j} = (-\sin nt \sin \omega t - \cos nt \sin \vartheta \cos \omega t) \mathbf{r} + (\sin nt \sin \vartheta \cos \omega t - \cos nt \sin \omega t) \mathbf{s} + (-\cos \vartheta \cos \omega t) \mathbf{w}, \quad (6)$$

$$\mathbf{k} = (-\cos nt \cos \vartheta) \mathbf{r} + (\sin nt \cos \vartheta) \mathbf{s} + (\sin \vartheta) \mathbf{w}. \quad (7)$$

FIGURA 1 – ROTAÇÕES $R_2(nt)$, $R_1(\vartheta)$ e $R_3(\omega t)$



A transformação inversa permite obter \mathbf{r} , \mathbf{s} e \mathbf{w} em função de \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k}

$$\begin{pmatrix} +s \\ -w \\ -r \end{pmatrix} = [R_3(\omega t)R_1(\vartheta)R_2(nt)]^T \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

onde

$$[R_3(\omega t)R_1(\vartheta)R_2(nt)]^T = [R_2(nt)]^T [R_1(\vartheta)]^T [R_3(\omega t)]^T, \quad (9)$$

ou seja, a matriz de transformação é ortogonal

APÊNDICE 3

SISTEMA GPS-fixo (xyz) & SISTEMA INERCIAL GEOCÊNTRICO (XYZ)

Os versores \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} estão relacionados com o vetor-posição do satélite, \mathbf{r} , e o vetor $\mathbf{r}_{Ss} = \mathbf{r}_S - \mathbf{r}$, através das seguintes relações

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{Ss}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{Ss}|}, \quad (1)$$

$$\mathbf{z} = -\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}, \quad (2)$$

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{y} \times \mathbf{z}}{|\mathbf{y} \times \mathbf{z}|}, \quad (3)$$

onde \mathbf{r} e \mathbf{r}_{Ss} são dados por

$$\mathbf{r} = X\mathbf{X} + Y\mathbf{Y} + Z\mathbf{Z}, \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_S = X_S\mathbf{X} + Y_S\mathbf{Y} + Z_S\mathbf{Z}, \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{Ss} = (X_S - X)\mathbf{X} + (Y_S - Y)\mathbf{Y} + (Z_S - Z)\mathbf{Z}, \quad (6)$$

onde \mathbf{X} , \mathbf{Y} e \mathbf{Z} são vetores unitários nas direções X , Y e Z do sistema de referência inercial geocêntrico utilizado. Aplicando (4), (5) e (6) nas Equações (1), (2) e (3) obtém-se, após

$$\mathbf{y} = X_y \mathbf{X} + Y_y \mathbf{Y} + Z_y \mathbf{Z}, \quad (7)$$

$$\mathbf{z} = X_z \mathbf{X} + Y_z \mathbf{Y} + Z_z \mathbf{Z}, \quad (8)$$

$$\mathbf{x} = (Y_y Z_z - Z_y Y_z) \mathbf{X} + (X_z Z_y - Z_z X_y) \mathbf{Y} + (X_y Y_z - Y_y X_z) \mathbf{Z}, \quad (9)$$

onde

$$X_y = \frac{Y(Z_s - Z) - Z(Y_s - Y)}{M1}, \quad (10a)$$

$$Y_y = \frac{Z(X_s - X) - X(Z_s - Z)}{M1}, \quad (10b)$$

$$Z_y = \frac{X(Y_s - Y) - Y(X_s - X)}{M1}, \quad (10c)$$

$$M1 = \left\{ [Y(Z_s - Z) - Z(Y_s - Y)]^2 + [Z(X_s - X) - X(Z_s - Z)]^2 + [X(Y_s - Y) - Y(X_s - X)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (10d)$$

$$X_z = -\frac{X}{M2}, \quad (11a)$$

$$Y_z = -\frac{Y}{M2}, \quad (11b)$$

$$Z_z = -\frac{Z}{M2}, \quad (11c)$$

$$M2 = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (11d)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 AFONSO, G.B.; BARLIER, F.; BERGER, C.; MIGNARD, F. **Effect du freinage atmosphérique et de la trainée électrique sur la trajectoire du satellite LAGEOS**, C.R. Acad. Sci., Paris, ser. B, 290, 445-448, 1980.
- 2 AFONSO, G.B.; BARLIER, F.; BERGER, C.; MIGNARD, F.; WALCH, J.J. **Reassessment of the charge and neutral drag of LAGEOS and its geophysical implications**, J. Geophys. Res., 90, 9381-9398, 1985.
- 3 AFONSO, G.B.; BARLIER, F.; CARPINO, M.; FARINELLA, P.; MIGNARD, F.; MILANI, A.; NOBILI, A.M. **Orbital effects of LAGEOS seasons and eclipses**, Annalae Geophysicae, 7, 501-514, 1989.
- 4 AFONSO, G.B. & FORYTA, D.W. **An anisothermal emission model for small bodies**, in **Orbital Dynamics of Natural and Artificial Objects** (editado por R. Vieira-Martins, D. Lázaro and W. Sessin), pp. 73-83. Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1989.
- 5 AFONSO, G.B., GOMES, R.S. & FLORCZAK, M.A. **Asteroids fragments in Earth-crossing orbits**, Planetary Space Sci., 43, 787-795, 1995.
- 6 BERTOTTI, B. & IESS, L. **The rotation of LAGEOS**, J. Geophys. Res., 96, 2341-2440, 1991.

- 7 DUHA, J. **Modelagem e Aplicações do Efeito Inverno-Verão**, *dissertação de mestrado*, UFPR, 1996.
- 8 DUHA, J. & AFONSO, G. B. **Thermal force effects on satellites**, Brazilian J. Geophys., *em edição*, 2.000.
- 9 DUHA, J. & AFONSO, G. B. **Thermal force effects on satellites**, Advances in Space Dynamics, 358-367, São José dos Campos, 2.000.
- 10 DUHA, J. & AFONSO, G. B. **Modelagem das forças de radiação versus atitude do satélite GPS**, Revista Brasileira de Cartografia, *em edição*, 2.000.
- 11 FARINELLA, P.; VOKROUHLIKÝ, D.; BARLIER, F. **The rotation of LAGEOS and its long-term semimajor axis decay; a self-consistent solution**, J. Geophys. Res., 101, 17,861-17,872, 1996.
- 12 FARINELLA, P.; VOKROUHLIKÝ, D.; HARTMANN, W.K. **Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift**, Icarus, 132, 378-387, 1998.
- 13 FELTENS, J. **Several Aspects of Solar Radiation Pressure**, GPS – Techniques Applied to Geodesy and Surveying, Proc. of the Int. GPS-Workshop, Darmstadt, Springer Verlag.
- 14 FELTENS, J. **The influence of non-gravitational forces on GPS-satellites orbits**, Tese de Doutorado, Technical University Darmstadt.
- 15 FLIEGEL, H.F.; FEES, W.A.; LAYTON, W.C.; RHODUS, N.W. **The GPS radiation force model**, in Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, 113-119, National Geodetic Survey, NOAA, Rockville, 1985.

- 16 FLIEGEL, H.F. & GALLINI, T.E. **Radiation pressure models for BLOCK II GPS satellites**, in Proceedings of the Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, 789-798, National Geodetic Survey, NOAA, Rockville, 1989.
- 17 FLIEGEL, H.F. & GALLINI, T.E. **Global Positioning System radiation force model for geodetic applications**, J. Geophys. Res., 97, 559-568, 1992.
- 18 GEHRELS, T. & JEDICKE, R. **The population of Near-Earth Objects discovered by Spacewatch**, Earth Moon & Planets, 72, 233-242, 1996.
- 19 LEICK, A. **GPS Satellite Surveing**, Second Edition, Wiley-Interscience, 1995.
- 20 MARSHALL, J. A. ; KLOSKO, S. M.; RIES, J. C. **Dynamics of SLR tracked satellites**, Reviews of Geophys., 353-360, 1995.
- 21 MARTIN, C.F. & RUBINCAM, D.P. **Effects of Earth albedo on the LAGEOS I satellite**, J. Geophys. Res., 101, 3215-3226, 1996.
- 22 MENICHELLA, M.; PAOLICCHI, P.; FARINELLA, P. **The main belt as a source of Near-Earth asteroids**, Earth Moon & Planets, 72, 133-149, 1996.
- 23 METRIS, G.; VOKROUHLICKY, D.; RIES, J.C.; EANES, R.J. **Nongravitational effects and the LAGEOS eccentricity excitations**, J. Geophys. Res., 102, 2711-2729, 1997.
- 24 MIGNARD, F.; AFONSO, G.B.; BARLIER, F.; CARPINO, M.; FARINELLA, P.; MILANI, A.; NOBILI, A.M. **LAGEOS: ten years of quest for the non-gravitational forces**, Adv. Space Res., 10, 221-227, 1990.

- 25 MIGNARD, F. **On the radiation forces**, Phys. Dyn. of the Minor Bodies, 91, 1-33, 1982.
- 26 NASA. Geodynamics.Satellites. **LAGEOS II**, HTTP: //spacelink.msfc.nasa.gov/NASA.Projects/Earth.Science/Land/Laser.Geodynamics.Satellites/LAGEOS.II, 1999.
- 27 NASA.Projects. **Laser Ranging Fact Sheet txt**,HTTP: //spacelink.nasa.gov/NASA.Projects/Earth.Science/Land/Laser.Geodynamics.Satellites/Laser.Ranging.Fact.Sheet.txt, 1999.
- 28 NASA.SLR-brochure. **SLR Contributions to Earth Science**, HTTP: //cddisa.gsfc.nasa.gov/slr_brochure/slr_contrib.html, 1999.
- 29 PETERSON, C. **A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect**, Icarus, 29, 91-111, 1976.
- 30 PORTER, W. W. **Solar force-torque model for the GPS space vehicle system.**, Rockwell TOR 76 MA641, 2, 1976. *Opt. Model Rep.* CDRL 064A14, F04701-78-c-0153, Rockwell Int., 1983.
- 31 RUBINCAM, D.P. **LAGEOS orbit decay due to infrared radiation from Earth**, J. Geophys. Res., 92, 1287-1294, 1987.
- 32 RUBINCAM, D.P. **Yarkovsky thermal drag on LAGEOS**, J. Geophys. Res., 93, 13,805-13,810, 1988.
- 33 RUBINCAM, D.P. **Drag on the LAGEOS satellite**, J. Geophys. Res., 95, 4881-4886, 1990.

- 34 RUBINCAM, D.P. & MALLAMA, A. **Terrestrial atmospheric effects on satellite eclipses with application to the acceleration of LAGEOS**, J. Geophys. Res., 100, 20,285-20,290, 1995.
- 35 RUBINCAM, D.P. **Asteroid orbit evolution due to thermal drag**, J. Geophys. Res., 100, 1585-1594, 1995.
- 36 RUBINCAM, D.P.; CURRIE, D.G.; ROBBINS, J.W. **LAGEOS I once-per-revolution force due to solar heating**, J. Geophys. Res., 102, 585-590, 1997.
- 37 RUBINCAM, D.P. **Yarkovsky thermal drag on small asteroids and Mars-Earth delivery**, J. Geophys. Res., 103, 1725-1732, 1998.
- 38 SCHARROO, R.; WAKKER, K.F.; AMBROSIUS, B.A.C.; NOOMEN, R. **On the along-track acceleration of the lageos satellite**, J. Geophys. Res., 96, 729-740, 1991.
- 39 SCHUTZ, B.E. **New observational techniques and precise orbit determination of artificial satellites**, Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy, 66(1), 79-85, 1997.
- 40 SLABINSKI, V.J. **A numerical solution for LAGEOS thermal thrust: the rapid-spin case**, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 66, 131-179, 1997.
- 41 SMITH, D.E.; CHRISTODOULIDIS, D.C.; KOLENKIEWICZ, R. *et al.* **LAGEOS scientific results – Introduction**, J. Geophys. Res., 90, 9217-9220, 1985.

- 42 VILHENA DE MORAES, R. **Non-gravitational disturbing forces**, Adv. Space Res., 14, (5)45-(5)68, 1994.
- 43 VOKROUHLIKY, D.& FARINELLA, P. **Thermal force effects on slowly rotating, spherical artificial satellites .1. solar heating**, Planetary & Space Science., 44, 1551-1561, 1996.
- 44 VOKROUHLIKY, D.& FARINELLA, P. **Thermal force effects on slowly rotating, spherical artificial satellites .2. earth infrared heating**, Planetary & Space Science., 45, 419-425, 1997.
- 45 VOKROUHLIKY, D. **Diurnal Yarkovsky effect as a source of mobility of meter-sized asteroidal fragments**, Astronomy & Astrophysics, 338, 353-363, 1998.
- 46 VOKROUHLIKY, D. & FARINELLA, P. **Orbital evolution of asteroidal fragments into the ν_6 resonance via Yarkovsky effects**, Astronomy & Astrophysics., 335, 351-362, 1998 a.
- 47 VOKROUHLIKY, D.& FARINELLA, P. **The Yarkovsky seasonal effect on asteroid fragments: A nonlinearized theory for the plane-parallel case**, Astronomical Journal, 116, 2032-2041, 1998 b.
- 48 WALLIS, M.K. **Random fluctuations versus Poynting-Robertson drag on interplanetary dust grains**, Nature, Letters to Nature, 320, 146-147, 1986.
- 49 TAPLEY, B.D.; SCHUTZ, B.E.; EANES, R.J.; RIES, J.C.; WATKINS, M.M. **LAGEOS laser ranging contributions to geodynamics, geodesy, and orbital dynamics**, Geodynamics Series, 24, 147-173, 1993.